

\$SPAD/src/input charlwood.input

Albert Rich and Timothy Daly

July 15, 2013

**Abstract**

Integrals taken from sci.math.symbolic posting of Charlwood, Kevin “Integration on Computer Algebra Systems” Electronic Journal of Mathematics and Technology (2008)  
[www.freepatentsonline.com/article/Electronic-journal-Mathematics-Technology/188213666.html](http://www.freepatentsonline.com/article/Electronic-journal-Mathematics-Technology/188213666.html)  
by Albert Rich at [www.apmaths.uwo.ca/~arich/CharlwoodIntegrationProblems.pdf](http://www.apmaths.uwo.ca/~arich/CharlwoodIntegrationProblems.pdf)

## Contents

0.1	Problem 1 . . . . .	3
0.2	Problem 2 . . . . .	4
0.3	Problem 3 . . . . .	6
0.4	Problem 4 . . . . .	7
0.5	Problem 5 . . . . .	11
0.6	Problem 6 . . . . .	19
0.7	Problem 7 . . . . .	23
0.8	Problem 8 . . . . .	25
0.9	Problem 9 . . . . .	62
0.10	Problem 10 . . . . .	63
0.11	Problem 11 . . . . .	65
0.12	Problem 12 . . . . .	67
0.13	Problem 13 . . . . .	70
0.14	Problem 14 . . . . .	73
0.15	Problem 15 . . . . .	75
0.16	Problem 16 . . . . .	76
0.17	Problem 17 . . . . .	77
0.18	Problem 18 . . . . .	78
0.19	Problem 19 . . . . .	80
0.20	Problem 20 . . . . .	81
0.21	Problem 21 . . . . .	83
0.22	Problem 22 . . . . .	84
0.23	Problem 23 . . . . .	85
0.24	Problem 24 . . . . .	87
0.25	Problem 25 . . . . .	89
0.26	Problem 26 . . . . .	90
0.27	Problem 27 . . . . .	93
0.28	Problem 28 . . . . .	95
0.29	Problem 29 . . . . .	96
0.30	Problem 30 . . . . .	98
0.31	Problem 31 . . . . .	100
0.32	Problem 32 . . . . .	102
0.33	Problem 33 . . . . .	104
0.34	Problem 34 . . . . .	105
0.35	Problem 35 . . . . .	107
0.36	Problem 36 . . . . .	108
0.37	Problem 37 . . . . .	109
0.38	Problem 38 . . . . .	111
0.39	Problem 39 . . . . .	113
0.40	Problem 40 . . . . .	114
0.41	Problem 41 . . . . .	116
0.42	Problem 42 . . . . .	117
0.43	Problem 43 . . . . .	122
0.44	Problem 44 . . . . .	125

0.45 Problem 45 . . . . .	132
0.46 Problem 46 . . . . .	134
0.47 Problem 47 . . . . .	136
0.48 Problem 48 . . . . .	139
0.49 Problem 49 . . . . .	141
0.50 Problem 50 . . . . .	142

```

— * —
)set break resume
)sys rm -f charlwood.output
)spool charlwood.output
)set message auto off
)clear all

```

—————

## 0.1 Problem 1

— \* —

```

--S 1 of 250
t0001:= asin(x)*log(x)
--R
--R
--R   (1)  asin(x)log(x)
--R
--E 1                                         Type: Expression(Integer)

--S 2 of 250
r0001:= -2*sqrt(1-x^2)+atanh(sqrt(1-x^2))-x*asin(x)*(1-log(x))+_
sqrt(1-x^2)*log(x)
--R
--R
--R   (2)
--R   +-----+           +-----+
--R   | 2           | 2
--R   atanh(\|- x  + 1 ) + (log(x) - 2)\|- x  + 1  + x asin(x)log(x) - x asin(x)
--R
--E 2                                         Type: Expression(Integer)

--S 3 of 250
a0001:= integrate(t0001,x)
--R
--R
--R   (3)
--R   +-----+           +-----+
--R   | 2           | 2
--R   log(\|- x  + 1  + 1) - log(\|- x  + 1  - 1)
--R   +
--R   +-----+
--R   | 2           +-----+
--R   2x\|- x  + 1           | 2

```

```

--R      (- x log(x) + x)atan(-----) + (2log(x) - 4)\|- x + 1
--R                                2
--R                               2x - 1
--R   /
--R   2
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 3

--S 4 of 250
m0001:= a0001-r0001
--R
--R
--R      (4)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2          | 2
--R      log(\|- x + 1 + 1) - log(\|- x + 1 - 1) - 2atanh(\|- x + 1 )
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2x\|- x + 1
--R      (- x log(x) + x)atan(-----) - 2x asin(x)log(x) + 2x asin(x)
--R                           2
--R                           2x - 1
--R   /
--R   2
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 4

--S 5 of 250
d0001:= D(m0001,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2x\|- x + 1
--R      - log(x)atan(-----) - 2asin(x)log(x)
--R                           2
--R                           2x - 1
--R      (5) -----
--R                           2
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 5

```



## 0.2 Problem 2

```

____ * ____
```

```

--S 6 of 250
t0002:= x*asin(x)/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      x asin(x)
--R      (6)  -----
--R              +-----+
--R              |   2
--R              \| - x  + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 6

--S 7 of 250
r0002:= x-sqrt(1-x^2)*asin(x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |   2
--R      (7)  - asin(x)\| - x  + 1  + x
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 7

--S 8 of 250
a0002:= integrate(t0002,x)
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      |   2          |   2
--R      | - x  + 1  2x\| - x  + 1
--R      \| - x  + 1 atan(-----) + 2x
--R                           2
--R                           2x  - 1
--R      (8)  -----
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 8

--S 9 of 250
m0002:= a0002-r0002
--R
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      |   2          |   2          |   2
--R      | - x  + 1  2x\| - x  + 1  + 2asinx\| - x  + 1
--R      \| - x  + 1 atan(-----) + 2asin(x)\| - x  + 1
--R                           2
--R                           2x  - 1

```

```

--R      (9)  -----
--R                           2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 9

--S 10 of 250
d0002:= D(m0002,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |   2
--R      2x\|- x  + 1
--R      - x atan(-----) - 2x asin(x)
--R
--R      2
--R      2x  - 1
--R      (10)  -----
--R      +-----+
--R      |   2
--R      2\|- x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 10

```

### 0.3 Problem 3

---

```

____ * __

--S 11 of 250
t0003:= asin(sqrt(x+1)-sqrt(x))
--R
--R
--R      +----+    +-+
--R      (11)  asin(\|x + 1  - \|x )
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 11

--S 12 of 250
r0003:= ((sqrt(x)+3*sqrt(1+x))*sqrt(-x+sqrt(x)*sqrt(1+x)))/(4*sqrt(2))-_
(3/8+x)*asin(sqrt(x)-sqrt(1+x))
--R
--R
--R      (12)
--R      +-----+
--R      +----+    +-+ | +-+ +----+           +-+      +----+    +-+
--R      (6\|x + 1  + 2\|x )\|\|x \|x + 1  - x  + (8x + 3)\|2 asin(\|x + 1  - \|x )

```

```

--R  -----
--R                                     +-+
--R                                     8\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 12

--S 13 of 250
a0003:= integrate(t0003,x)
--R
--R
--R    >> Error detected within library code:
--R    failed - cannot handle that integrand
--R
--R    Continuing to read the file...
--R
--E 13

--S 14 of 250
--m0003:= a0003-r0003
--E 14

--S 15 of 250
--d0003:= D(m0003,x)
--E 15

```

---

#### 0.4 Problem 4

— \* —

```

--S 16 of 250
t0004:= log(1+x*sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R           +-----+
--R           | 2
--R   (13)  log(x\|x  + 1  + 1)
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 16

--S 17 of 250
r0004:= -2*x+sqrt(2*(1+sqrt(5)))*atan(sqrt(-2+sqrt(5))*(x+sqrt(1+x^2)))-_
          sqrt(2*(-1+sqrt(5)))*atanh(sqrt(2+sqrt(5))*(x+sqrt(1+x^2)))+_
          x*log(1+x*sqrt(1+x^2))
--R

```

```

--R
--R (14)
--R      +-----+      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2      | +-+      | 2      | +-+
--R      x log(x\|x  + 1  + 1) - \|2\|5  - 2 atanh((\|x  + 1  + x)\|\|5  + 2 )
--R +
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | 2      | +-+
--R      \|2\|5  + 2 atan((\|x  + 1  + x)\|\|5  - 2 ) - 2x
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 17

--S 18 of 250
a0004:= integrate(t0004,x)
--R
--R
--R (15)
--R -
--R      +-----+
--R      | +-+
--R      \|\|5  - 1
--R *
--R      log
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      +-+ | 2      +-+ | +-+      +-+ | 2
--R      ((\|5  + 1)\|x  + 1  - x\|5  - x)\|\|5  - 1  - 2x\|2 \|x  + 1
--R +
--R      2      +-+
--R      (2x  + 2)\|2
--R +
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | +-+      +-+ | 2
--R      \|\|5  - 1 log(\|\|5  - 1  + x\|2 ) + 2x\|2 log(x\|x  + 1  + 1)
--R +
--R      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | +-+      +-+
--R      - \|\|5  - 1 log(- \|\|5  - 1  + x\|2 )
--R +
--R      +-----+
--R      | +-+
--R      \|\|5  - 1
--R *
--R      log
--R      +-----+      +-----+      +-----+      +-----+
--R      +-+ | 2      +-+ | +-+      +-+ | 2
--R      ((-\|5  - 1)\|x  + 1  + x\|5  + x)\|\|5  - 1  - 2x\|2 \|x  + 1
--R +
--R      2      +-+
--R      (2x  + 2)\|2
--R +

```

```

--R
--R
--R      +-----+      +---+      +-----+
--R      | +-+      | 2      | +-+      | +-+
--R      ((\|5 - 1)\|x + 1 - x\|5 + x)\|\|5 + 1
--R      2\|\|5 + 1 atan(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | +-+      | 2      2      +-+
--R      2x\|2 \|x + 1 + (- 2x - 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+      | +-+
--R      | +-+      \|\|5 + 1      +-+
--R      - 2\|\|5 + 1 atan(-----) - 4x\|2
--R
--R      +-+
--R      x\|2
--R
--R      /
--R      +-+
--R      2\|2
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 18

--S 19 of 250
m0004:= a0004-r0004
--R
--R
--R      (16)
--R      -
--R      +-----+
--R      | +-+
--R      \|\|5 - 1
--R
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2      | +-+      | +-+      | 2
--R      ((\|5 + 1)\|x + 1 - x\|5 - x)\|\|5 - 1 - 2x\|2 \|x + 1
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      (2x + 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | +-+      +-+
--R      \|\|5 - 1 log(\|\|5 - 1 + x\|2 )
--R
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | +-+      +-+
--R      - \|\|5 - 1 log(- \|\|5 - 1 + x\|2 )
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | +-+
--R      \|\|5 - 1
--R
--R      *

```

```

--R      log
--R
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2   +-+ | +-+ +-+ | 2
--R      ((- \|5 - 1)\|x + 1 + x\|5 + x)\|\|5 - 1 - 2x\|2 \|x + 1
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      (2x + 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | +-+ | 2   | +-+
--R      2\|2 \|2\|5 - 2 atanh((\|x + 1 + x)\|\|5 + 2 )
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      | +-+ +-+ | 2   | +-+ | +-+
--R      ((\|5 - 1)\|x + 1 - x\|5 + x)\|\|5 + 1
--R      2\|\|5 + 1 atan(-----)
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2   2      +-+
--R      2x\|2 \|x + 1 + (- 2x - 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | +-+ | +-+
--R      | +-+ \|\|5 + 1
--R      - 2\|\|5 + 1 atan(-----)
--R
--R      +-+
--R      x\|2
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | +-+ | 2   | +-+
--R      - 2\|2 \|2\|5 + 2 atan((\|x + 1 + x)\|\|5 - 2 )
--R
--R      /
--R      +-+
--R      2\|2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 19

--S 20 of 250
d0004:= D(m0004,x)
--R
--R
--R      (17)
--R
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2   +-+ | +-+ | +-+
--R      ((- \|5 - 1)\|x + 1 - x\|5 - 3x)\|\|5 - 2 \|2\|5 + 2
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2   +-+ | +-+ | +-+ | +-+ | 2
--R      ((- \|5 + 1)\|x + 1 - x\|5 + 3x)\|\|5 + 2 \|2\|5 - 2 + 8\|x + 1
--R
--R      +
--R      4x

```

```

--R   /
--R      +----+
--R      | 2      3
--R      4\|x  + 1  + 4x  + 4x
--R
--E 20                                         Type: Expression(Integer)

```

—————

## 0.5 Problem 5

— \* —

```

--S 21 of 250
t0005:= cos(x)^2/sqrt(cos(x)^4+cos(x)^2+1)
--R
--R
--R      2
--R      cos(x)
--R (18)  -----
--R      +-----+
--R      | 4      2
--R      \|cos(x)  + cos(x)  + 1
--R
--E 21                                         Type: Expression(Integer)

--S 22 of 250
r0005:= x/3+1/3*atan((cos(x)*(1+cos(x)^2)*sin(x))/_
(1+cos(x)^2*sqrt(1+cos(x)^2+cos(x)^4)))
--R
--R
--R      3
--R      (cos(x)  + cos(x))sin(x)
--R      atan(-----) + x
--R      +-----+
--R      2 | 4      2
--R      cos(x) \|\cos(x)  + cos(x)  + 1  + 1
--R (19)  -----
--R
--E 22                                         Type: Expression(Integer)

--S 23 of 250
a0005:= integrate(t0005,x)
--R
--R

```

```

--R      (20)
--R      atan
--R      
$$\frac{(\cos(x)^5 + 2\cos(x)^4 + \cos(x)^3)\sin(x)}{4\cos(x)^6 - 2}$$

--R
--R      /
--R      6
--R      Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 23

--S 24 of 250
m0005:= a0005-r0005
--R
--R
--R      (21)
--R      atan
--R      
$$\frac{(\cos(x)^5 + 2\cos(x)^4 + \cos(x)^3)\sin(x)}{4\cos(x)^6 - 2}$$

--R
--R      +
--R      
$$- 2\operatorname{atan}\left(\frac{(\cos(x)^3 + \cos(x))\sin(x)}{\cos(x)^2 \sqrt{\cos(x)^4 + 6\cos(x)^3 + 4\cos(x)^2 + 1}}\right) - 2x$$

--R
--R      /
--R      6
--R      Type: Expression(Integer)
--E 24

--S 25 of 250

```

```

d0005:= D(m0005,x)
--R
--R
--R      (22)
--R
--R      - 4cos(x)      - 8cos(x)      - 20cos(x)      - 32cos(x)
--R
--R      +
--R      - 44cos(x)      - 56cos(x)      - 72cos(x)      - 88cos(x)
--R
--R      +
--R      - 76cos(x)      - 64cos(x)      - 64cos(x)      - 64cos(x)
--R
--R      +
--R      - 36cos(x)      - 8cos(x)      - 4cos(x)      + 12cos(x)      + 24cos(x)
--R
--R      +
--R      16cos(x)      + 8cos(x)      + 4cos(x)
--R
--R      *
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      - 8cos(x)      - 16cos(x)      - 32cos(x)      - 48cos(x)
--R
--R      +
--R      - 72cos(x)      - 96cos(x)      - 128cos(x)      - 160cos(x)
--R
--R      +
--R      - 176cos(x)      - 192cos(x)      - 216cos(x)      - 240cos(x)
--R
--R      +
--R      - 209cos(x)      - 178cos(x)      - 156cos(x)      - 134cos(x)
--R
--R      +
--R      - 94cos(x)      - 54cos(x)      - 48cos(x)      - 42cos(x)
--R
--R      +
--R      - 29cos(x)      - 16cos(x)      - 11cos(x)      - 6cos(x)      - cos(x)
--R
--R      +
--R      4cos(x)      + 3cos(x)      + 2cos(x)      + 1
--R
--R      *
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      - 4cos(x)      - 8cos(x)      - 12cos(x)      - 16cos(x)      - 32cos(x)
--R
--R      +
--R      25          24          23          22          21

```

```

--R      - 48cos(x)   - 52cos(x)   - 56cos(x)   - 72cos(x)   - 88cos(x)
--R
--R      +
--R      20          19          18          17          16
--R      - 56cos(x)   - 24cos(x)   - 9cos(x)    + 6cos(x)    + 49cos(x)
--R
--R      +
--R      15          14          13          12          11
--R      92cos(x)    + 72cos(x)   + 52cos(x)   + 46cos(x)   + 40cos(x)
--R
--R      +
--R      10          9           8           7           6
--R      11cos(x)    - 18cos(x)   - 14cos(x)   - 10cos(x)   - 12cos(x)
--R
--R      +
--R      5           4           3           2
--R      - 14cos(x)   - 8cos(x)    - 2cos(x)    - 2cos(x)    - 2cos(x)   - 1
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      |           4           2
--R      |           16cos(x)   + 16cos(x)   + 16
--R      |-----+
--R      |           4           3           2
--R      \|\cos(x)   + 4cos(x)   + 6cos(x)   + 4cos(x)   + 1
--R
--R      +
--R      26          24          22          20          18
--R      8cos(x)    + 40cos(x)   + 104cos(x)  + 180cos(x)  + 236cos(x)
--R
--R      +
--R      16          14          12          10          8
--R      260cos(x)  + 248cos(x)  + 200cos(x)  + 132cos(x)  + 76cos(x)
--R
--R      +
--R      6           4
--R      40cos(x)   + 12cos(x)
--R
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      28          26          24          22          20
--R      16cos(x)   + 64cos(x)   + 144cos(x)  + 208cos(x)  + 272cos(x)
--R
--R      +
--R      18          16          14          12
--R      336cos(x)  + 424cos(x)  + 436cos(x)  + 388cos(x)
--R
--R      +
--R      10          8           6           4           2
--R      296cos(x)  + 180cos(x)  + 88cos(x)   + 16cos(x)   + 12cos(x)
--R
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      30          28          26          24          22
--R      8cos(x)    + 24cos(x)   + 48cos(x)   + 52cos(x)   + 84cos(x)
--R
--R      +
--R      20          18          16          14          12
--R      96cos(x)   + 124cos(x)  + 48cos(x)   - 4cos(x)    - 68cos(x)

```

```

--R      +
--R      10      8      6      4
--R      - 40cos(x) - 28cos(x) - 4cos(x) - 4cos(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 4      2
--R      \|cos(x) + cos(x) + 1
--R      +
--R      28      27      26      25      24
--R      - 4cos(x) - 8cos(x) - 24cos(x) - 40cos(x) - 68cos(x)
--R      +
--R      23      22      21      20
--R      - 96cos(x) - 136cos(x) - 176cos(x) - 180cos(x)
--R      +
--R      19      18      17      16
--R      - 184cos(x) - 164cos(x) - 144cos(x) - 80cos(x)
--R      +
--R      15      14      13      12      11
--R      - 16cos(x) + 8cos(x) + 32cos(x) + 40cos(x) + 48cos(x)
--R      +
--R      10      9      8
--R      28cos(x) + 8cos(x) + 4cos(x)
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R      +
--R      30      29      28      27      26
--R      - 8cos(x) - 16cos(x) - 40cos(x) - 64cos(x) - 112cos(x)
--R      +
--R      25      24      23      22
--R      - 160cos(x) - 220cos(x) - 280cos(x) - 304cos(x)
--R      +
--R      21      20      19      18
--R      - 328cos(x) - 328cos(x) - 328cos(x) - 289cos(x)
--R      +
--R      17      16      15      14
--R      - 250cos(x) - 249cos(x) - 248cos(x) - 223cos(x)
--R      +
--R      13      12      11      10
--R      - 198cos(x) - 174cos(x) - 150cos(x) - 100cos(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      5
--R      - 50cos(x) - 27cos(x) - 4cos(x) + 3cos(x) + 10cos(x)
--R      +
--R      4      3      2
--R      6cos(x) + 2cos(x) + cos(x)
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R      +

```

```

--R      32      31      30      29      28
--R      - 4cos(x) - 8cos(x) - 16cos(x) - 24cos(x) - 48cos(x)
--R      +
--R      27      26      25      24      23
--R      - 72cos(x) - 84cos(x) - 96cos(x) - 108cos(x) - 120cos(x)
--R      +
--R      22      21      20      19      18
--R      - 84cos(x) - 48cos(x) - 29cos(x) - 10cos(x) + 36cos(x)
--R      +
--R      17      16      15      14      13
--R      82cos(x) + 76cos(x) + 70cos(x) + 78cos(x) + 86cos(x)
--R      +
--R      12      11      10      9      8
--R      53cos(x) + 20cos(x) + 11cos(x) + 2cos(x) - 13cos(x)
--R      +
--R      7      6      5      4      3      2
--R      - 28cos(x) - 21cos(x) - 14cos(x) - 11cos(x) - 8cos(x) - 4cos(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |      16cos(x) + 16cos(x) + 16
--R      | -----
--R      |      4      3      2
--R      \|\cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R      +
--R      24      22      20      18      16
--R      16cos(x) + 80cos(x) + 208cos(x) + 360cos(x) + 456cos(x)
--R      +
--R      14      12      10      8      6
--R      456cos(x) + 368cos(x) + 232cos(x) + 104cos(x) + 24cos(x)
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R      +
--R      26      24      22      20      18
--R      48cos(x) + 192cos(x) + 448cos(x) + 680cos(x) + 800cos(x)
--R      +
--R      16      14      12      10      8
--R      768cos(x) + 672cos(x) + 528cos(x) + 368cos(x) + 232cos(x)
--R      +
--R      6      4
--R      112cos(x) + 48cos(x)
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R      +
--R      28      26      24      22      20
--R      32cos(x) + 96cos(x) + 192cos(x) + 208cos(x) + 176cos(x)
--R      +
--R      18      16      14      12      10

```

```

--R      64cos(x) + 16cos(x) - 48cos(x) - 48cos(x) - 64cos(x)
--R      +
--R      8       6
--R      - 32cos(x) - 16cos(x)
--R      /
--R      26      25      24      23      22
--R      12cos(x) + 24cos(x) + 60cos(x) + 96cos(x) + 144cos(x)
--R      +
--R      21      20      19      18
--R      192cos(x) + 216cos(x) + 240cos(x) + 228cos(x)
--R      +
--R      17      16      15      14
--R      216cos(x) + 192cos(x) + 168cos(x) + 144cos(x)
--R      +
--R      13      12      11      10      9
--R      120cos(x) + 96cos(x) + 72cos(x) + 48cos(x) + 24cos(x)
--R      +
--R      8
--R      12cos(x)
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R      +
--R      28      27      26      25      24
--R      24cos(x) + 48cos(x) + 96cos(x) + 144cos(x) + 192cos(x)
--R      +
--R      23      22      21      20
--R      240cos(x) + 228cos(x) + 216cos(x) + 240cos(x)
--R      +
--R      19      18      17      16
--R      264cos(x) + 288cos(x) + 312cos(x) + 363cos(x)
--R      +
--R      15      14      13      12
--R      414cos(x) + 336cos(x) + 258cos(x) + 201cos(x)
--R      +
--R      11      10      9      8      7
--R      144cos(x) + 81cos(x) + 18cos(x) + 27cos(x) + 36cos(x)
--R      +
--R      6      5      4      3      2
--R      24cos(x) + 12cos(x) + 9cos(x) + 6cos(x) + 3cos(x)
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R      +
--R      30      29      28      27      26
--R      12cos(x) + 24cos(x) + 36cos(x) + 48cos(x) + 60cos(x)
--R      +
--R      25      24      23      22      21
--R      72cos(x) + 48cos(x) + 24cos(x) + 72cos(x) + 120cos(x)
--R      +

```

```

--R          20      19      18      17      16
--R      96cos(x) + 72cos(x) + 87cos(x) + 102cos(x) - 27cos(x)
--R +
--R          15      14      13      12      11
--R      - 156cos(x) - 129cos(x) - 102cos(x) - 117cos(x) - 132cos(x)
--R +
--R          10      9      8      7      6
--R      - 45cos(x) + 42cos(x) + 27cos(x) + 12cos(x) + 24cos(x)
--R +
--R          5      4      2
--R      36cos(x) + 18cos(x) + 3cos(x) + 6cos(x) + 3
--R *
--R +-----+
--R |          4      2
--R |      16cos(x) + 16cos(x) + 16
--R |-----+ \cos(x) + cos(x) + 1
--R |          4      3      2
--R \cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R +
--R          24      23      22      21      20
--R      24cos(x) + 48cos(x) + 120cos(x) + 192cos(x) + 288cos(x)
--R +
--R          19      18      17      16
--R      384cos(x) + 432cos(x) + 480cos(x) + 432cos(x)
--R +
--R          15      14      13      12
--R      384cos(x) + 288cos(x) + 192cos(x) + 120cos(x)
--R +
--R          11      10
--R      48cos(x) + 24cos(x)
--R *
--R          4
--R      sin(x)
--R +
--R          26      25      24      23
--R      72cos(x) + 144cos(x) + 288cos(x) + 432cos(x)
--R +
--R          22      21      20      19
--R      600cos(x) + 768cos(x) + 768cos(x) + 768cos(x)
--R +
--R          18      17      16      15
--R      672cos(x) + 576cos(x) + 432cos(x) + 288cos(x)
--R +
--R          14      13      12      11
--R      270cos(x) + 252cos(x) + 216cos(x) + 180cos(x)
--R +
--R          10      9      8      7      6
--R      162cos(x) + 144cos(x) + 90cos(x) + 36cos(x) + 24cos(x)
--R +
--R          5      4

```

```

--R          12cos(x) + 6cos(x)
--R          *
--R          2
--R          sin(x)
--R          +
--R          28      27      26      25      24
--R          48cos(x) + 96cos(x) + 144cos(x) + 192cos(x) + 240cos(x)
--R          +
--R          23      22      21      20      18
--R          288cos(x) + 192cos(x) + 96cos(x) + 48cos(x) - 96cos(x)
--R          +
--R          17      16      15      14      13
--R          - 192cos(x) - 132cos(x) - 72cos(x) - 108cos(x) - 144cos(x)
--R          +
--R          12      11      10      9      7
--R          - 84cos(x) - 24cos(x) - 36cos(x) - 48cos(x) + 48cos(x)
--R          +
--R          6      5      4      3      2
--R          36cos(x) + 24cos(x) + 24cos(x) + 24cos(x) + 12cos(x)
--R          *
--R          +-----+
--R          |      4      2
--R          |      16cos(x) + 16cos(x) + 16
--R          |-----+
--R          |      4      3      2
--R          \|cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 25

```

---

## 0.6 Problem 6

— \* —

```

--S 26 of 250
t0006:= tan(x)*sqrt(1+tan(x)^4)
--R
--R
--R          +-----+
--R          |      4
--R          (23)  tan(x)\|tan(x) + 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 26

--S 27 of 250

```

```

r0006:= -1/2*asinh(tan(x)^2)-atanh((1-tan(x)^2)/(sqrt(2)*sqrt(1+tan(x)^4)))/_
sqrt(2)+1/2*sqrt(1+tan(x)^4)
--R
--R
--R
--R      2          +-----+
--R      tan(x) - 1      ++ |      4      +-+          2
--R      2atanh(-----) + \|2 \|tan(x) + 1 - \|2 asinh(tan(x) )
--R      +-----+
--R      ++ |      4
--R      \|2 \|tan(x) + 1
--R (24) -----
--R                                         +-+
--R                                         2\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 27

--S 28 of 250
a0006:= integrate(t0006,x)
--R
--R
--R (25)
--R   -
--R   +-+
--R   \|2
--R   *
--R   log
--R
--R   +-----+
--R   |      4      2
--R   (4\|2 cos(x) - 2\|2 cos(x) ) |-----+
--R   |      4
--R   \|      cos(x)
--R
--R   +
--R   4      2
--R   8cos(x) - 8cos(x) + 3
--R
--R   +
--R   log
--R
--R   +-----+
--R   |      4      2
--R   (2cos(x) - 2cos(x) ) |-----+ 3cos(x)
--R   |      4
--R   \|      cos(x)
--R
--R   +
--R   2
--R   - 4cos(x) + 2
--R
--R   /
--R   4
--R   cos(x)
--R
--R   +

```

```

--R      +-----+
--R      | 4      2
--R      | 2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R      2 |-----+
--R      |           4
--R      \|       cos(x)
--R   /
--R   4
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 28

--S 29 of 250
m0006:= a0006-r0006
--R
--R
--R      (26)
--R      -
--R      2
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      | 4      2
--R      | 2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R      (4\| 2 cos(x) - 2\| 2 cos(x) ) |-----+
--R
--R
--R      |           4
--R      \|       cos(x)
--R
--R      +
--R      4      2
--R      8cos(x) - 8cos(x) + 3
--R
--R      +
--R      +-+
--R      \| 2
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      | 4      2
--R      | 2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R      (2cos(x) - 2cos(x) ) |-----+ 3cos(x)
--R
--R
--R      |           4
--R      \|       cos(x)
--R
--R      +
--R      2
--R      - 4cos(x) + 2
--R
--R      /
--R      4
--R      cos(x)
--R
--R      +
--R      2
--R      tan(x) - 1
--R      +--+ | 4
--R      - 4atanh(-----) - 2\| 2 \|tan(x) + 1

```

```

--R          +-----+
--R          +-+ |      4
--R          \|2 \|tan(x) + 1
--R          +
--R          +-----+
--R          |      4      2
--R          +-+ |2cos(x) - 2cos(x) + 1      +-+      2
--R          2\|2 |----- + 2\|2 asinh(tan(x))
--R          |      4
--R          \||      cos(x)
--R          /
--R          +-+
--R          4\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 29

--S 30 of 250
d0006:= D(m0006,x)
--R
--R
--R (27)
--R          +-+      8      +-+      6      +-+      4      +-+      2
--R          (8\|2 cos(x) - 12\|2 cos(x) + 8\|2 cos(x) - 2\|2 cos(x) )sin(x)
--R          *
--R          +-----+
--R          |      4      2
--R          |2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R          |-----+
--R          |      4
--R          \||      cos(x)
--R          +
--R          8      6      4      2
--R          (16cos(x) - 32cos(x) + 30cos(x) - 14cos(x) + 3)sin(x)
--R          *
--R          +-----+
--R          |      4
--R          \|tan(x) + 1
--R          +
--R          9      7      5      5
--R          (- 8cos(x) + 8cos(x) - 3cos(x) )tan(x)
--R          +
--R          9      7      5
--R          (- 8cos(x) + 8cos(x) - 3cos(x) )tan(x)
--R          *
--R          +-----+
--R          |      4      2
--R          |2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R          |-----+
--R          |      4
--R          \||      cos(x)

```

```

--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3      5
--R      (- 8\|2 cos(x) + 12\|2 cos(x) - 8\|2 cos(x) + 2\|2 cos(x) )tan(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R      (- 8\|2 cos(x) + 12\|2 cos(x) - 8\|2 cos(x) + 2\|2 cos(x) )tan(x)
--R      /
--R
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      9      7      5 |2cos(x) - 2cos(x) + 1
--R      (8cos(x) - 8cos(x) + 3cos(x) ) |-----+
--R      |      4
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R      8\|2 cos(x) - 12\|2 cos(x) + 8\|2 cos(x) - 2\|2 cos(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4
--R      \|tan(x) + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 30

```

—————

## 0.7 Problem 7

— \* —

```

--S 31 of 250
t0007:= tan(x)/sqrt(1+sec(x)^3)
--R
--R
--R      tan(x)
--R      (28)  -----
--R      +-----+
--R      |      3
--R      \|\sec(x) + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 31

--S 32 of 250
r0007:= -2/3*atanh(sqrt(1+sec(x)^3))
--R
--R
--R      +-----+

```

```

--R          |      3
--R          2atanh(\|sec(x) + 1 )
--R  (29)  -----
--R          3
--R
--E 32                                         Type: Expression(Integer)

--S 33 of 250
a0007:= integrate(t0007,x)
--R
--R
--R  (30)
--R  -
--R          log
--R          6      5      3      2
--R          (- 4cos(x) - 4cos(x) - 2cos(x) - 2cos(x) )
--R          *
--R          +-----+
--R          |      2
--R          |4cos(x) - 4cos(x) + 4
--R          |-----
--R          |      2
--R          \|  cos(x) + cos(x)
--R          +
--R          6      3
--R          8cos(x) + 8cos(x) + 1
--R          /
--R          6
--R
--E 33                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

```

--S 34 of 250

```

m0007:= a0007-r0007
--R
--R
--R  (31)
--R  -
--R          log
--R          6      5      3      2
--R          (- 4cos(x) - 4cos(x) - 2cos(x) - 2cos(x) )
--R          *
--R          +-----+
--R          |      2
--R          |4cos(x) - 4cos(x) + 4
--R          |-----
--R          |      2
--R          \|  cos(x) + cos(x)
--R          +
--R          6      3
--R          8cos(x) + 8cos(x) + 1

```

```

--R      +
--R      +-----+
--R      |      3
--R      4atanh(\|sec(x)  + 1 )
--R   /
--R   6
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 34

--S 35 of 250
d0007:= D(m0007,x)
--R
--R
--R      (32)
--R
--R      +-----+ |      2
--R      |      3 |4cos(x)  - 4cos(x) + 4
--R      - 2sin(x)\|sec(x)  + 1 + (- cos(x) - 1)tan(x) |-----+
--R
--R
--R      |      2
--R      \|cos(x)  + cos(x)
--R
--R
--R      +-----+ |      2
--R      |      2 +-----+
--R      |4cos(x)  - 4cos(x) + 4 |      3
--R      (cos(x) + 1) |----- \|sec(x)  + 1
--R
--R      |      2
--R      \|cos(x)  + cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 35

```

## 0.8 Problem 8

---

```

--S 36 of 250
t0008:= sqrt(tan(x)^2+2*tan(x)+2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (33)  \|\tan(x)  + 2tan(x) + 2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 36

```



```

--R *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R                  2
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      9
--R      (- 39040\|5 + 640\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      7
--R      (184768\|5 + 266560\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      5
--R      (6952\|5 - 204600\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3
--R      (- 61356\|5 - 157740\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (- 3074\|5 - 5820\|5 )cos(x)
--R
--R      *
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      10      4+-+3      8
--R      - 211200\|5 cos(x) + 203904\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      6      4+-+3      4
--R      322352\|5 cos(x) - 233648\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      2
--R      - 35408\|5 cos(x)
--R
--R      *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R                  2
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      10
--R      (- 94720\|5 - 116480\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      8
--R      (19584\|5 + 184320\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (182464\|5 + 208720\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 63684\|5 - 247100\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 21759\|5 - 46975\|5 )cos(x)
--R
--R      *

```

```

--R              atan(2)
--R              sin(-----)
--R                      2
--R
--R      +
--R              4+-+3      9      4+-+3      7
--R              211200\|5 cos(x) + 11904\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      5      4+-+3      3
--R              - 568096\|5 cos(x) - 103208\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3
--R              - 80\|5 cos(x)
--R
--R      *
--R              atan(2) 3
--R              cos(-----)
--R                      2
--R
--R      +
--R              4+-+3      4+-+      9
--R              (83200\|5 + 505600\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      4+-+      7
--R              (580352\|5 + 604160\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      4+-+      5
--R              (- 500976\|5 - 1653200\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      4+-+      3
--R              (- 239244\|5 - 497740\|5 )cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      4+-+
--R              (- 7102\|5 - 10480\|5 )cos(x)
--R
--R      *
--R              atan(2)
--R              cos(-----)
--R                      2
--R
--R      *
--R              sin(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      10      4+-+3      8
--R              - 38400\|5 cos(x) + 572672\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      6      4+-+3      4
--R              - 276464\|5 cos(x) - 331064\|5 cos(x)
--R
--R      +
--R              4+-+3      2
--R              - 13344\|5 cos(x)
--R
--R      *
--R              atan(2) 3
--R              cos(-----)
--R                      2

```

```

--R      +
--R      4+-+3      4+-+      10
--R      (- 342400\|5 - 419200\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      8
--R      (627136\|5 + 1772480\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (244464\|5 - 266640\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 459800\|5 - 1168280\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 62635\|5 - 110195\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----+
--R      |      2
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      9
--R      (79104\|5 + 1228800)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      7
--R      (- 1115328\|5 - 1857600)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      5
--R      (335640\|5 - 1628200)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      3
--R      (639072\|5 + 947080)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2
--R      (64992\|5 + 147580)cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      10
--R      (483072\|5 + 358400)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      8

```

```

--R          (- 411840\|5    + 2104000)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           6
--R          (- 1076712\|5    - 3359000)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           4
--R          (679732\|5    + 91940)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           2           4+-+2
--R          (271292\|5    + 534070)cos(x)  + 6656\|5    + 16540
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R                      2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R                      2
--R          +
--R          4+-+2           9
--R          (- 246528\|5    - 358400)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           7
--R          (- 1667904\|5    - 3089600)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           5
--R          (1801320\|5    + 3027400)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           3
--R          (1139496\|5    + 2216640)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          (61656\|5    + 133640)cos(x)
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                      2
--R          +
--R          4+-+2           9
--R          (- 55936\|5    + 292480)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           7
--R          (- 549568\|5    - 1127360)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           5
--R          (424480\|5    + 168880)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2           3           4+-+2
--R          (409732\|5    + 790380)cos(x)  + (41322\|5    + 94610)cos(x)
--R          *

```

```

--R          sin(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          10
--R          (708096\|5      + 1228800)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          8
--R          (- 1675520\|5      - 2707200)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          6
--R          (- 1078016\|5      - 2334000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          4
--R          (1846276\|5      + 3353220)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          2          4+-+2          8
--R          (360756\|5      + 738960)cos(x)  + 4208\|5      + 9720
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                      2
--R
--R          +
--R          4+-+2          10          4+-+2          8
--R          (260352\|5      + 368640)cos(x)  + (- 468800\|5      - 4800)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          6
--R          (- 428592\|5      - 1392000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          4          4+-+2          2
--R          (503512\|5      + 699440)cos(x)  + (169147\|5      + 364435)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          4451\|5      + 10610
--R
--R          /
--R          4+-+3          4+-+          7
--R          (25984\|5      + 55680\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3          4+-+          5
--R          (- 63008\|5      - 136480\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3          4+-+          3
--R          (- 32640\|5      - 73760\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3          4+-+
--R          (- 952\|5      - 2240\|5 )cos(x)
--R
--R          *
--R          sin(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3          4+-+          8
--R          (30912\|5      + 66240\|5 )cos(x)
--R

```

```

--R          4+-+3      4+-+      6
--R          (20000\|5      + 46240\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      4
--R          (- 60112\|5      - 132640\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (- 8600\|5      - 19840\|5 )cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R                      2
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      7
--R          (44352\|5      + 95040\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      5
--R          (- 101984\|5      - 220640\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      3
--R          (- 54000\|5      - 122080\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+
--R          (- 1496\|5      - 3520\|5 )cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R                      2
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      8
--R          (47936\|5      + 102720\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      6
--R          (37120\|5      + 85120\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      4
--R          (- 99536\|5      - 219520\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (- 14000\|5      - 32320\|5 )cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R                      2
--R
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          | 2cos(x)sin(x) + cos(x)  + 1
--R          | -----
--R          |           2

```

```

--R          \|      cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      7      4+-+2      5
--R          - 143488\|5  cos(x) + 156480\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          246752\|5  cos(x) + 24736\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      8      4+-+2      6
--R          - 45184\|5  cos(x) - 256768\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R          258464\|5  cos(x) + 105024\|5  cos(x) + 2464\|5
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      7      4+-+2      5
--R          - 73984\|5  cos(x) + 71040\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          129536\|5  cos(x) + 12448\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          (- 124288\|5      - 180480)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      5
--R          (136000\|5      + 192000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          (213952\|5      + 311520)cos(x) + (21456\|5      + 30960)cos(x)
--R
--R          *
--R          sin(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      8      4+-+2      6
--R          - 14912\|5  cos(x) - 141824\|5  cos(x)
--R

```

```

--R      4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R      131952\|5 cos(x) + 54832\|5 cos(x) + 1152\|5
--R      *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      8
--R      (- 39584\|5 - 52640)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      6
--R      (- 222208\|5 - 327680)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4      4+-+2      2
--R      (224184\|5 + 324440)cos(x) + (91064\|5 + 132440)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2
--R      2144\|5 + 3045
--R      +
--R      2
--R      *
--R      log
--R      4+-+2      2      atan(2)      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) sin(-----) + 2\|5 cos(x)sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x) cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      | -----
--R      |      2
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4+-+2      2      atan(2)
--R      (- 4\|5 cos(x)sin(x) - 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      atan(2)      4+-+2
--R      (- 2\|5 cos(x)cos(-----) + 2\|5 cos(x))sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      2      atan(2)      4+-+2      2      4+-+2
--R      4\|5 cos(x) cos(-----) + (\|5 + 5)cos(x) + 2\|5
--R      2
--R      +
--R      -

```

```

--R      2
--R      *
--R      log
--R      4+-+      2      atan(2)      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) sin(-----) - 2\|5 cos(x)sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x) cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |           2
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----
--R      |           2
--R      \||       cos(x)
--R      +
--R      4+-+      4+-+      2      atan(2)
--R      (4\|5 cos(x)sin(x) + 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      atan(2)      4+-+2
--R      (2\|5 cos(x)cos(-----) + 2\|5 cos(x))sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      2      atan(2)      4+-+2      2      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) cos(-----) + (\|5 + 5)cos(x) + 2\|5
--R      2
--R      +
--R      4+-+      atan(2)
--R      \|5 sin(-----)
--R      2
--R      *
--R      log
--R      4+-+      4+-+      2      atan(2)
--R      (- 2\|5 cos(x)sin(x) - 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      atan(2)      4+-+      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x)cos(-----)sin(x) - 4\|5 cos(x) cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |           2
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----
--R      |           2
--R      \||       cos(x)
--R      +

```

```

--R      4+-+2          4+-+2          2      4+-+2
--R      (2\|5 + 6)cos(x)sin(x) + (\|5 + 3)cos(x) + \|5 + 2
--R      +
--R      -
--R      4+-+      atan(2)
--R      2\|5 cos(-----)
--R                  2
--R      *
--R      atan
--R
--R      +-----+
--R      |          2
--R      4+-+      |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x)sin(x) |-----
--R      |          2
--R      \|           cos(x)
--R      +
--R      2          atan(2)
--R      (- 2cos(x)sin(x) - cos(x) - 1)sin(-----)
--R                                         2
--R      +
--R      atan(2)          2          atan(2)
--R      - cos(x)cos(-----)sin(x) + (2cos(x) - 1)cos(-----)
--R                                         2
--R      /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      4+-+      2 |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x) |-----
--R      |          2
--R      \|           cos(x)
--R      +
--R      2          atan(2)
--R      (cos(x)sin(x) - 2cos(x) + 1)sin(-----)
--R                                         2
--R      +
--R      atan(2)          2          atan(2)
--R      - 2cos(x)cos(-----)sin(x) + (- cos(x) - 1)cos(-----)
--R                                         2
--R      +
--R      -
--R      4+-+      atan(2)
--R      2\|5 sin(-----)
--R                  2
--R      *
--R      atan
--R
--R      4+-+3      4+-+      5
--R      (72\|5 - 88\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3
--R      (- 110\|5 - 62\|5 )cos(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (- 15\|5 - 36\|5 )cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (96\|5 + 16\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 8\|5 + 76\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 68\|5 - 107\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      sin(-----)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      5
--R      (- 96\|5 - 544\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3
--R      (- 40\|5 + 144\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (8\|5 + 27\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)sin(x)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (72\|5 + 8\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 146\|5 - 362\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (17\|5 + 144\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)
--R                  2
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----+
--R      |          2

```

```

--R          \|      cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3
--R          - 240\|5  cos(x) + 540\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          202\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4
--R          - 320\|5  cos(x) - 120\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      2      4+-+2
--R          476\|5  cos(x) + 30\|5
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3      4+-+2
--R          (320\|5  cos(x) + 280\|5  cos(x) - 184\|5  cos(x))
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3
--R          (56\|5 + 440)cos(x) + (78\|5 - 170)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          (79\|5 - 110)cos(x)
--R
--R          *
--R          sin(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R          - 240\|5  cos(x) + 660\|5  cos(x) - 122\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          - 50\|5
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                  2

```



```

--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (- 68\|5 - 451\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R          |-----
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3
--R          - 320\|5 cos(x) - 280\|5 cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          184\|5 cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R          240\|5 cos(x) - 660\|5 cos(x) + 122\|5 cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          50\|5
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3
--R          - 240\|5 cos(x) + 540\|5 cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          202\|5 cos(x)
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3
--R          (- 192\|5 - 80)cos(x) + (228\|5 + 920)cos(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+2
--R      (151\|5 + 320)cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R      4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R      - 320\|5 cos(x) - 120\|5 cos(x) + 476\|5 cos(x)
--R      +
--R      4+-+2
--R      30\|5
--R      *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+2      6      4+-+2      4
--R      (- 56\|5 - 440)cos(x) + (- 218\|5 + 30)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      2      4+-+2
--R      (283\|5 + 760)cos(x) + 32\|5 + 50
--R      /
--R      4
--R      ,
--R
--R      -
--R      4+-+      atan(2)
--R      \|5 sin(-----)
--R                  2
--R      *
--R      log
--R      4+-+3      4+-+      3      4+-+3
--R      ((6\|5 - 10\|5 )cos(x) - 2\|5 cos(x))sin(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4      4+-+      2
--R      (8\|5 + 20\|5 )cos(x) - 10\|5 cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      sin(-----)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3      4+-+3      4+-+
--R      ((8\|5 - 20\|5 )cos(x) + (4\|5 + 10\|5 )cos(x))
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)sin(x)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 6\|5 - 10\|5 )cos(x)

```

```

--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (10\|5      + 10\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R          |-----
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2      atan(2)
--R          (- 12\|5  cos(x)   + 12\|5  cos(x))cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2      atan(2)
--R          (- 16\|5  cos(x)   + 4\|5  cos(x)   + 4\|5  )cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2      atan(2) 2
--R          (24\|5  cos(x)   - 24\|5  cos(x))cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          - 12\|5  cos(x)   + (2\|5   - 30)cos(x)
--R          *
--R          sin(x)
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2      atan(2) 2
--R          (32\|5  cos(x)   - 8\|5  cos(x)   - 8\|5  )cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R          - 16\|5  cos(x)   + (- \|5   - 15)cos(x)   - \|5   - 10
--R          /
--R          4+-+3      4+-+      3      4+-+3
--R          ((24\|5      + 40\|5 )cos(x)   + 8\|5  cos(x))sin(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      4
--R          (32\|5      - 80\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2

```

```

--R          (- 12\|5    + 100\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+3   4+-+      3   4+-+3   4+-+
--R          ((32\|5    + 80\|5 )cos(x)  + (4\|5    + 20\|5 )cos(x))
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+3   4+-+      4
--R          (- 24\|5    + 40\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3   4+-+      2
--R          (44\|5    + 20\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          |2cos(x)sin(x) + cos(x)  + 1
--R          |-----+
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4+-+2   3   4+-+2
--R          (- 64\|5  cos(x)  + (- 16\|5  - 80)cos(x))
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2   4   4+-+2      2   4+-+2
--R          48\|5  cos(x)  + (- 72\|5  - 40)cos(x)  + 8\|5
--R          +
--R          - 40
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +

```

```

--R          4+-+2      3      4+-+2      atan(2) 2
--R          (- 32\|5 cos(x)  + (- 8\|5 - 40)cos(x))cos(-----)
--R                                         2
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          (16\|5 - 240)cos(x)  + (- 56\|5 - 40)cos(x)
--R          *
--R          sin(x)
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R          (24\|5 cos(x)  + (- 36\|5 - 20)cos(x)  + 4\|5 - 20)
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                                         2
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2
--R          (- 12\|5 + 180)cos(x)  + (- 12\|5 - 260)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          - 17\|5 + 5
--R          +
--R          2
--R          *
--R          log
--R          4+-+2      2      atan(2)      4+-+2
--R          - 4\|5 cos(x) sin(-----) + 2\|5 cos(x)sin(x)
--R                                         2
--R          +
--R          4+-+2      2      atan(2)
--R          - 2\|5 cos(x) cos(-----)
--R                                         2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R          | -----
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      4+-+2      2      atan(2)
--R          (- 4\|5 cos(x)sin(x) - 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R                                         2
--R          +
--R          4+-+2      atan(2)      4+-+2
--R          (- 2\|5 cos(x)cos(-----) + 2\|5 cos(x))sin(x)
--R                                         2
--R          +
--R          4+-+2      2      atan(2)      4+-+2      2      4+-+2
--R          4\|5 cos(x) cos(-----) + (\|5 + 5)cos(x) + 2\|5

```



```

--R      |           2
--R      \|           cos(x)
--R      +
--R      4+-+2           4+-+2           2   4+-+2
--R      (2\|5 + 6)cos(x)sin(x) + (\|5 + 3)cos(x) + \|5 + 2
--R      +
--R      -
--R      4+-+   atan(2)
--R      2\|5 cos(-----)
--R                  2
--R      *
--R      atan
--R
--R      +-----+
--R      |           2
--R      4+-+ |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x)sin(x) |-----
--R                  |           2
--R                  \|           cos(x)
--R      +
--R      2           atan(2)
--R      (- 2cos(x)sin(x) - cos(x) - 1)sin(-----)
--R                  2
--R      +
--R      atan(2)           2           atan(2)
--R      - cos(x)cos(-----)sin(x) + (2cos(x) - 1)cos(-----)
--R                  2           2
--R      /
--R      +-----+
--R      |           2
--R      4+-+ 2 |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x) |-----
--R                  |           2
--R                  \|           cos(x)
--R      +
--R      2           atan(2)
--R      (cos(x)sin(x) - 2cos(x) + 1)sin(-----)
--R                  2
--R      +
--R      atan(2)           2           atan(2)
--R      - 2cos(x)cos(-----)sin(x) + (- cos(x) - 1)cos(-----)
--R                  2           2
--R      +
--R      -
--R      4+-+   atan(2)
--R      2\|5 cos(-----)
--R                  2
--R      *
--R      atan
--R
--R      4+-+2           2   atan(2)
--R      \|5 cos(x) sin(-----)

```



```

--R          - 38400\|5  cos(x)  + 451328\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      5      4+-+3      3
--R          - 169072\|5  cos(x)  - 134856\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3
--R          - 3760\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                      2
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      9
--R          (- 39040\|5  + 640\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      7
--R          (184768\|5  + 266560\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      5
--R          (6952\|5  - 204600\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      3
--R          (- 61356\|5  - 157740\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+
--R          (- 3074\|5  - 5820\|5 )cos(x)
--R
--R          *
--R          sin(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      10      4+-+3      8
--R          - 211200\|5  cos(x)  + 203904\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      6      4+-+3      4
--R          322352\|5  cos(x)  - 233648\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      2
--R          - 35408\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                      2
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      10
--R          (- 94720\|5  - 116480\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      8
--R          (19584\|5  + 184320\|5 )cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      6
--R          (182464\|5  + 208720\|5 )cos(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 63684\|5 - 247100\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 21759\|5 - 46975\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+3      9      4+-+3      7
--R      211200\|5 cos(x) + 11904\|5 cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      5      4+-+3      3
--R      - 568096\|5 cos(x) - 103208\|5 cos(x)
--R      +
--R      4+-+3
--R      - 80\|5 cos(x)
--R      *
--R      atan(2) 3
--R      cos(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      9
--R      (83200\|5 + 505600\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      7
--R      (580352\|5 + 604160\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      5
--R      (- 500976\|5 - 1653200\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3
--R      (- 239244\|5 - 497740\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (- 7102\|5 - 10480\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R      4+-+3      10      4+-+3      8
--R      - 38400\|5 cos(x) + 572672\|5 cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      6      4+-+3      4
--R      - 276464\|5 cos(x) - 331064\|5 cos(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+3      2
--R      - 13344\|5  cos(x)
--R      *
--R      atan(2) 3
--R      cos(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      10
--R      (- 342400\|5  - 419200\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      8
--R      (627136\|5  + 1772480\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (244464\|5  - 266640\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 459800\|5  - 1168280\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 62635\|5  - 110195\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x)  + 1
--R      |-----
--R      | 2
--R      \|  cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      9
--R      (79104\|5  + 1228800)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      7
--R      (- 1115328\|5  - 1857600)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      5
--R      (335640\|5  - 1628200)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      3
--R      (639072\|5  + 947080)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2
--R      (64992\|5  + 147580)cos(x)
--R      *
--R      atan(2)

```

```

--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R
--R          +
--R          4+-+2          10
--R          (483072\|5      + 358400)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          8
--R          (- 411840\|5      + 2104000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          6
--R          (- 1076712\|5      - 3359000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          4
--R          (679732\|5      + 91940)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          2          4+-+2
--R          (271292\|5      + 534070)cos(x)  + 6656\|5      + 16540
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R
--R          +
--R          4+-+2          9
--R          (- 246528\|5      - 358400)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          7
--R          (- 1667904\|5      - 3089600)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          5
--R          (1801320\|5      + 3027400)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          3
--R          (1139496\|5      + 2216640)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          (61656\|5      + 133640)cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R          2
--R
--R          +
--R          4+-+2          9
--R          (- 55936\|5      + 292480)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2          7
--R          (- 549568\|5      - 1127360)cos(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+2      5
--R      (424480\|5 + 168880)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      3      4+-+2
--R      (409732\|5 + 790380)cos(x) + (41322\|5 + 94610)cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R      4+-+2      10
--R      (708096\|5 + 1228800)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      8
--R      (- 1675520\|5 - 2707200)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      6
--R      (- 1078016\|5 - 2334000)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4
--R      (1846276\|5 + 3353220)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      2      4+-+2
--R      (360756\|5 + 738960)cos(x) + 4208\|5 + 9720
--R      *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+2      10      4+-+2      8
--R      (260352\|5 + 368640)cos(x) + (- 468800\|5 - 4800)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      6      4+-+2      4
--R      (- 428592\|5 - 1392000)cos(x) + (503512\|5 + 699440)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      2      4+-+2
--R      (169147\|5 + 364435)cos(x) + 4451\|5 + 10610
--R      /
--R      4+-+3      4+-+    7
--R      (25984\|5 + 55680\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+    5
--R      (- 63008\|5 - 136480\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+    3
--R      (- 32640\|5 - 73760\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (- 952\|5 - 2240\|5 )cos(x)
--R      *
--R      sin(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+3      4+-+      8
--R      (30912\|5      + 66240\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (20000\|5      + 46240\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 60112\|5      - 132640\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 8600\|5      - 19840\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      7
--R      (44352\|5      + 95040\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      5
--R      (- 101984\|5      - 220640\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      3
--R      (- 54000\|5      - 122080\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+
--R      (- 1496\|5      - 3520\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      8
--R      (47936\|5      + 102720\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      6
--R      (37120\|5      + 85120\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      4
--R      (- 99536\|5      - 219520\|5 )cos(x)
--R      +
--R      4+-+3      4+-+      2
--R      (- 14000\|5      - 32320\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+

```

```

--R          |           2
--R          | 2cos(x)sin(x) + cos(x)   + 1
--R          |-----
--R          |           2
--R          \|         cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      7      4+-+2      5
--R          - 143488\|5  cos(x)   + 156480\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          246752\|5  cos(x)   + 24736\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      8      4+-+2      6
--R          - 45184\|5  cos(x)   - 256768\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R          258464\|5  cos(x)   + 105024\|5  cos(x)   + 2464\|5
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2      7      4+-+2      5
--R          - 73984\|5  cos(x)   + 71040\|5  cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          129536\|5  cos(x)   + 12448\|5  cos(x)
--R
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                  2
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          (- 124288\|5      - 180480)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2
--R          (136000\|5      + 192000)cos(x)
--R
--R          +
--R          4+-+2      3      4+-+2
--R          (213952\|5      + 311520)cos(x)   + (21456\|5      + 30960)cos(x)
--R
--R          *
--R          sin(x)

```

```

--R      +
--R      4+-+2      8      4+-+2      6
--R      - 14912\|5 cos(x) - 141824\|5 cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4      4+-+2      2      4+-+2
--R      131952\|5 cos(x) + 54832\|5 cos(x) + 1152\|5
--R      *
--R      atan(2) 2
--R      cos(-----)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+2      8      4+-+2      6
--R      (- 39584\|5 - 52640)cos(x) + (- 222208\|5 - 327680)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4      4+-+2      2
--R      (224184\|5 + 324440)cos(x) + (91064\|5 + 132440)cos(x)
--R      +
--R      4+-+2
--R      2144\|5 + 3045
--R      +
--R      ++++
--R      2\|2
--R      *
--R      log
--R      4+-+2      2      atan(2)      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) sin(-----) + 2\|5 cos(x)sin(x)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+2      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x) cos(-----)
--R                  2
--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----
--R      |          2
--R      \|\cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4+-+2      2      atan(2)
--R      (- 4\|5 cos(x)sin(x) - 2\|5 cos(x))sin(-----)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+2      atan(2)      4+-+2
--R      (- 2\|5 cos(x)cos(-----) + 2\|5 cos(x))sin(x)
--R                  2
--R      +
--R      4+-+2      2      atan(2)      4+-+2      2      4+-+2
--R      4\|5 cos(x) cos(-----) + (\|5 + 5)cos(x) + 2\|5
--R                  2

```

```

--R      +
--R      -
--R      +++
--R      2\|2
--R      *
--R      log
--R      4+-+      2      atan(2)      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) sin(-----) - 2\|5 cos(x)sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x) cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |           2
--R      |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----
--R      |           2
--R      \|           cos(x)
--R      +
--R      4+-+          4+-+      2      atan(2)
--R      (4\|5 cos(x)sin(x) + 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+          atan(2)      4+-+2
--R      (2\|5 cos(x)cos(-----) + 2\|5 cos(x))sin(x)
--R      2
--R      +
--R      4+-+      2      atan(2)      4+-+2      2      4+-+2
--R      - 4\|5 cos(x) cos(-----) + (\|5 + 5)cos(x) + 2\|5
--R      2
--R      +
--R      +-+4+-+      atan(2)
--R      \|\2 \|\5 sin(-----)
--R      2
--R      *
--R      log
--R      4+-+          4+-+      2      atan(2)
--R      (- 2\|5 cos(x)sin(x) - 2\|5 cos(x) )sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      4+-+          atan(2)          4+-+      2      atan(2)
--R      - 2\|5 cos(x)cos(-----)sin(x) - 4\|5 cos(x) cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      +-----+
--R      |           2
--R      |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      |-----

```

```

--R      |      2
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      4+-+2      4+-+2      2      4+-+2
--R      (2\|5 + 6)cos(x)sin(x) + (\|5 + 3)cos(x) + \|5 + 2
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | +-+      | +-+
--R      \| \|5 + 1 + tan(x)\| \|5 - 1
--R      4\| \|5 - 1 atanh(-----)
--R      +-----+
--R      +--+ |      2
--R      \|\ 2 \|tan(x) + 2tan(x) + 2
--R      +
--R      -
--R      +-+4+-+      atan(2)
--R      2\| 2 \|5 cos(-----)
--R      2
--R      *
--R      atan
--R      +-----+
--R      |      2
--R      4+-+      |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x)sin(x) |-----
--R      |      2
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      2      atan(2)
--R      (- 2cos(x)sin(x) - cos(x) - 1)sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      atan(2)      2      atan(2)
--R      - cos(x)cos(-----)sin(x) + (2cos(x) - 1)cos(-----)
--R      2
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      4+-+      2 |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R      \|5 cos(x) |-----
--R      |      2
--R      \|      cos(x)
--R      +
--R      2      atan(2)
--R      (cos(x)sin(x) - 2cos(x) + 1)sin(-----)
--R      2
--R      +
--R      atan(2)      2      atan(2)
--R      - 2cos(x)cos(-----)sin(x) + (- cos(x) - 1)cos(-----)
--R      2
--R      +

```

```

--R      -
--R      +--+4+-+      atan(2)
--R      2\|2 \|5 sin(-----)
--R                           2
--R      *
--R      atan
--R                  4+-+3      4+-+      5
--R                  (72\|5      - 88\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      3
--R                  (- 110\|5      - 62\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+
--R                  (- 15\|5      - 36\|5 )cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      6
--R                  (96\|5      + 16\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      4
--R                  (- 8\|5      + 76\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      2
--R                  (- 68\|5      - 107\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      sin(-----)
--R                           2
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      5
--R                  (- 96\|5      - 544\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      3      4+-+3      4+-+
--R                  (- 40\|5      + 144\|5 )cos(x)      + (8\|5      + 27\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)
--R      cos(-----)sin(x)
--R                           2
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      6
--R                  (72\|5      + 8\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      4
--R                  (- 146\|5      - 362\|5 )cos(x)
--R      +
--R                  4+-+3      4+-+      2
--R                  (17\|5      + 144\|5 )cos(x)
--R      *
--R      atan(2)

```

```

--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          | 2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R          |-----
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3      4+-+2
--R          (- 240\|5  cos(x) + 540\|5  cos(x) + 202\|5  cos(x))
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R          - 320\|5  cos(x) - 120\|5  cos(x) + 476\|5  cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          30\|5
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      5      4+-+2      3      4+-+2
--R          (320\|5  cos(x) + 280\|5  cos(x) - 184\|5  cos(x))
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2          5      4+-+2          3
--R          (56\|5 + 440)cos(x) + (78\|5 - 170)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          (79\|5 - 110)cos(x)
--R          *
--R          sin(x)
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R          - 240\|5  cos(x) + 660\|5  cos(x) - 122\|5  cos(x)
--R          +
--R          4+-+2

```

```

--R          - 50\|5
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4
--R          (- 192\|5 - 80)cos(x) + (100\|5 + 480)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      2      4+-+2
--R          (69\|5 - 290)cos(x) + 26\|5 - 10
--R          /
--R          4+-+3      4+-+      5
--R          (96\|5 + 16\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      3
--R          (40\|5 - 204\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+
--R          (- 8\|5 - 59\|5 )cos(x)
--R          *
--R          sin(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      6
--R          (- 72\|5 + 88\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      4
--R          (146\|5 + 34\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (- 17\|5 - 192\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      5
--R          (72\|5 + 8\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      3
--R          (- 110\|5 - 822\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+
--R          (- 15\|5 - 92\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      6

```

```

--R          (96\|5    + 544\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      4
--R          (- 8\|5    - 368\|5 )cos(x)
--R          +
--R          4+-+3      4+-+      2
--R          (- 68\|5    - 451\|5 )cos(x)
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          +-----+
--R          |           2
--R          |2cos(x)sin(x) + cos(x) + 1
--R          |-----
--R          |           2
--R          \|       cos(x)
--R          +
--R          4++2      5      4++2      3      4++2
--R          (- 320\|5  cos(x) - 280\|5  cos(x) + 184\|5  cos(x))
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)sin(x)
--R          2
--R          +
--R          4++2      6      4++2      4      4++2      2
--R          240\|5  cos(x) - 660\|5  cos(x) + 122\|5  cos(x)
--R          +
--R          4++2
--R          50\|5
--R          *
--R          atan(2)
--R          cos(-----)
--R          2
--R          *
--R          atan(2)
--R          sin(-----)
--R          2
--R          +
--R          4++2      5      4++2      3      4++2
--R          (- 240\|5  cos(x) + 540\|5  cos(x) + 202\|5  cos(x))
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R          2
--R          +
--R          4++2           5           4++2           3
--R          (- 192\|5    - 80)cos(x) + (228\|5    + 920)cos(x)
--R          +

```

```

--R          4+-+2
--R          (151\|5      + 320)cos(x)
--R          *
--R          sin(x)
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4      4+-+2      2
--R          - 320\|5  cos(x) - 120\|5  cos(x) + 476\|5  cos(x)
--R          +
--R          4+-+2
--R          30\|5
--R          *
--R          atan(2) 2
--R          cos(-----)
--R                      2
--R          +
--R          4+-+2      6      4+-+2      4
--R          (- 56\|5      - 440)cos(x) + (- 218\|5      + 30)cos(x)
--R          +
--R          4+-+2      2      4+-+2
--R          (283\|5      + 760)cos(x) + 32\|5      + 50
--R          +
--R          +-----+      +-----+
--R          | +-+      | +-+
--R          | +-+      tan(x)\|\|5 + 1 - \|\|5 - 1
--R          - 4\|\|5 + 1 atan(-----)
--R          +-----+
--R          +-+ |      2
--R          \|\|2 \|tan(x) + 2tan(x) + 2
--R          +
--R          +-+
--R          - 4\|\|2 asinh(tan(x) + 1)
--R          /
--R          +-+
--R          4\|\|2
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 39

--S 40 of 250
--d0008:= D(m0008,x)
--E 40

```

---

## 0.9 Problem 9

— \* —

```

--S 41 of 250
t0009:= sin(x)*atan(sqrt(sec(x)-1))
--R
--R
--R      +-----+
--R      (37)  sin(x)atan(\|sec(x) - 1 )
--R
--E 41                                         Type: Expression(Integer)

--S 42 of 250
r0009:= 1/2*atan(sqrt(-1+sec(x)))-atan(sqrt(-1+sec(x)))*cos(x)+_
1/2*cos(x)*sqrt(-1+sec(x))
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      (- 2cos(x) + 1)atan(\|sec(x) - 1 ) + cos(x)\|sec(x) - 1
--R      (38)  -----
--R                  2
--R
--E 42                                         Type: Expression(Integer)

--S 43 of 250
a0009:= integrate(t0009,x)
--R
--R
--R      >> Error detected within library code:
--R      failed - cannot handle that integrand
--R
--R      Continuing to read the file...
--R
--E 43

--S 44 of 250
--m0009:= a0009-r0009
--E 44

--S 45 of 250
--d0009:= D(m0009,x)
--E 45

```

---

## 0.10 Problem 10

— \* —

```

--S 46 of 250
t0010:= x^3*e^asin(x)/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      3   asin(x)
--R      x %e
--R      (39) -----
--R      +-----+
--R      |    2
--R      \|- x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 46

--S 47 of 250
r0010:= 1/10*x^3*asin(x)*(3*x+x^3-3*sqrt(1-x^2)-3*x^2*sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      +-----+
--R      2      |    2      3      asin(x)
--R      ((- 3x  - 3)\|- x  + 1 + x  + 3x)%e
--R      (40) -----
--R                  10
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 47

--S 48 of 250
a0010:= integrate(t0010,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |    2
--R      2x\|- x  + 1
--R      atan(-----)
--R      2
--R      2      |    2      3
--R      ((- 3x  - 3)\|- x  + 1 + x  + 3x)%e
--R      (41) -----
--R                  10
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 48

--S 49 of 250
m0010:= a0010-r0010
--R
--R
--R      (42)
--R      +-----+

```

## 0.11 Problem 11

— \* —

```
--S 51 of 250
t0011:= x*log(1+x^2)*log(x+sqrt(1+x^2))/sqrt(1+x^2)
--R
```

```

--R
--R
--R      2           +----+
--R      x log(x  + 1)log(\|x  + 1  + x)
--R (44) -----
--R
--R      +----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 51

--S 52 of 250
r0011:= 4*x-2*atan(x)-2*sqrt(1+x^2)*log(x+sqrt(1+x^2))+_
log(1+x^2)*(-x+sqrt(1+x^2)*log(x+sqrt(1+x^2)))
--R
--R
--R (45)
--R
--R      2           +----+           +----+
--R      | 2           | 2
--R      (log(x  + 1) - 2)\|x  + 1 log(\|x  + 1  + x) - x log(x  + 1) - 2atan(x) + 4x
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 52

--S 53 of 250
a0011:= integrate(t0011,x)
--R
--R
--R (46)
--R
--R      2           +----+
--R      ((- x log(x  + 1) + 2x)\|x  + 1  + (x  + 1)log(x  + 1) - 2x  - 2)
--R *
--R      +----+
--R      | 2
--R      log(\|x  + 1  + x)
--R +
--R
--R      2           +----+
--R      (- x log(x  + 1) - 2atan(x) + 4x)\|x  + 1  + x log(x  + 1) + 2x atan(x)
--R +
--R      2
--R      - 4x
--R /
--R      +----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1  - x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 53

--S 54 of 250

```

```

m0011:= a0011-r0011
--R
--R
--R      (47)  0
--R
--E 54                                         Type: Expression(Integer)

--S 55 of 250
d0011:= D(m0011,x)
--R
--R
--R      (48)  0
--R
--E 55                                         Type: Expression(Integer)

```

---

## 0.12 Problem 12

```

____ * __

--S 56 of 250
t0012:= atan(x+sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      (49)  atan(\|- x  + 1  + x)
--R
--E 56                                         Type: Expression(Integer)

--S 57 of 250
r0012:= -asin(x)/2+1/4*sqrt(3)*atan((-1+sqrt(3)*x)/sqrt(1-x^2))+_
1/4*sqrt(3)*atan((1+sqrt(3)*x)/sqrt(1-x^2))-_
1/4*sqrt(3)*atan((-1+2*x^2)/sqrt(3))+x*atan(x+sqrt(1-x^2))-_
1/4*atanh(x*sqrt(1-x^2))-1/8*log(1-x^2+x^4)
--R
--R
--R      (50)
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      - 2atanh(x\|- x  + 1 ) + 8x atan(\|- x  + 1  + x)
--R      +
--R      +-+           +-+           +-+
--R      x\|3  + 1     +-+       x\|3  - 1     4      2
--R      2\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----) - log(x  - x  + 1)

```

```

--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          | 2
--R          \|- x + 1      \|- x + 1
--R          +
--R          2          +-+
--R          +-+ (2x - 1)\|3
--R          - 2\|3 atan(-----) - 4asin(x)
--R                      3
--R          /
--R          8
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 57

--S 58 of 250
a0012:= integrate(t0012,x)
--R
--R
--R (51)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          4 2          | 2          4 2
--R          - log(2x\|- x + 1 - x + x + 1) + log(- 2x\|- x + 1 - x + x + 1)
--R          +
--R          +-----+
--R          | 2          2          +-+ (2x - 1)\|3
--R          \|- x + 1 + x      +-+ (2x - 1)\|3
--R          - 8x atan(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          | 2
--R          x\|- x + 1      4x\|- x + 1 - 1
--R          +
--R          2          +-+
--R          +-+ (2x - 1)\|3          x          4 2
--R          2\|3 atan(-----) - 8atan(-----) - 2log(x - x + 1)
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          | 2
--R          4x\|- x + 1 + 1      \|- x + 1
--R          +
--R          2          +-+
--R          +-+ (2x - 1)\|3
--R          2\|3 atan(-----)
--R          4 2
--R          2x - 2x - 1
--R          /
--R          16
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 58

--S 59 of 250
m0012:= a0012-r0012
--R

```

```

--R
--R      (52)
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           4   2           | 2           4   2
--R      - log(2x\|- x + 1 - x + x + 1) + log(- 2x\|- x + 1 - x + x + 1)
--R      +
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      4atanh(x\|- x + 1 ) - 16x atan(\|- x + 1 + x)
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2           +-+
--R      \|- x + 1 + x      x\|3 + 1
--R      - 8x atan(-----) - 4\|3 atan(-----)
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      x\|- x + 1       \|- x + 1
--R      +
--R      +-+           2   +-+
--R      x\|3 - 1       (2x - 1)\|3
--R      - 4\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      \|- x + 1       4x\|- x + 1 - 1
--R      +
--R      2   +-+
--R      (2x - 1)\|3           x
--R      2\|3 atan(-----) - 8atan(-----)
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      4x\|- x + 1 + 1       \|- x + 1
--R      +
--R      2   +-+           2   +-+
--R      (2x - 1)\|3       (2x - 1)\|3
--R      4\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----) + 8asin(x)
--R      3           4   2
--R      2x - 2x - 1
--R      /
--R      16
--R
--E 59                                         Type: Expression(Integer)

--S 60 of 250
d0012:= D(m0012,x)
--R
--R
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      - 2atan(\|- x + 1 + x) - atan(-----)

```

```

--R
--R
--R
--R      +-----+
--R      |    2
--R      x\|- x  + 1
--R      -----
--R      2
--R
--R
--E 60

```

### 0.13 Problem 13

— \* —

```

--S 61 of 250
t0013:= x*atan(x+sqrt(1-x^2))/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |    2
--R      x atan(\|- x  + 1  + x)
--R      -----
--R      +-----+
--R      |    2
--R      \|- x  + 1
--R
--E 61

```

Type: Expression(Integer)

  

```

--S 62 of 250
r0013:= -asin(x)/2+1/4*sqrt(3)*atan((-1+sqrt(3)*x)/sqrt(1-x^2))+_
1/4*sqrt(3)*atan((1+sqrt(3)*x)/sqrt(1-x^2))-_
1/4*sqrt(3)*atan((-1+2*x^2)/sqrt(3))-sqrt(1-x^2)*atan(x+sqrt(1-x^2))+_
1/4*atanh(x*sqrt(1-x^2))+1/8*log(1-x^2+x^4)
--R
--R
--R      (55)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      |    2      |    2      |    2
--R      2atanh(x\|- x  + 1 ) - 8\|- x  + 1 atan(\|- x  + 1  + x)
--R      +
--R      +-+      +-+      +-+
--R      2\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----) + log(x  - x  + 1)
--R      +-----+      +-----+
--R      |    2      |    2
--R      \|- x  + 1      \|- x  + 1

```

```

--R      +
--R      2      +-+
--R      +-+      (2x  - 1)\|3
--R      - 2\|3 atan(-----) - 4asin(x)
--R                           3
--R   /
--R   8
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 62

--S 63 of 250
a0013:= integrate(t0013,x)
--R
--R
--R      (56)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      4 2      | 2      4 2
--R      log(2x\|- x  + 1 - x  + x  + 1) - log(- 2x\|- x  + 1 - x  + x  + 1)
--R
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      \|- x  + 1 + x      2      +-+
--R      8\|- x  + 1 atan(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      x\|- x  + 1      4x\|- x  + 1 - 1
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      +-+      (2x  - 1)\|3      x      4 2
--R      2\|3 atan(-----) - 8atan(-----) + 2log(x  - x  + 1)
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      4x\|- x  + 1 + 1      \|- x  + 1
--R
--R      +
--R      2      +-+
--R      +-+      (2x  - 1)\|3
--R      2\|3 atan(-----)
--R
--R      4 2
--R      2x  - 2x  - 1
--R
--R   /
--R   16
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 63

--S 64 of 250
m0013:= a0013-r0013
--R
--R
--R      (57)
--R      +-----+      +-----+

```

```

--R      | 2      4 2      | 2      4 2
--R      log(2x\|- x + 1 - x + x + 1) - log(- 2x\|- x + 1 - x + x + 1)
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      | 2      | 2      | 2
--R      - 4atanh(x\|- x + 1) + 16\|- x + 1 atan(\|- x + 1 + x)
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2      +--+      +-+
--R      \|- x + 1 + x      x\|3 + 1
--R      8\|- x + 1 atan(-----) - 4\|3 atan(-----)
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2      | 2
--R      x\|- x + 1      \|- x + 1
--R      +
--R      +--+      2      +-+
--R      x\|3 - 1      (2x - 1)\|3
--R      - 4\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----)
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2      | 2
--R      \|- x + 1      4x\|- x + 1 - 1
--R      +
--R      2      +-+
--R      (2x - 1)\|3      x
--R      2\|3 atan(-----) - 8atan(-----)
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2      | 2
--R      4x\|- x + 1 + 1      \|- x + 1
--R      +
--R      2      +-+      2      +-+
--R      (2x - 1)\|3      (2x - 1)\|3
--R      4\|3 atan(-----) + 2\|3 atan(-----) + 8asin(x)
--R      3      4 2
--R      2x - 2x - 1
--R      /
--R      16
--R
--E 64                                         Type: Expression(Integer)

--S 65 of 250
d0013:= D(m0013,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2      +-----+
--R      \|- x + 1 + x
--R      - 2x atan(\|- x + 1 + x) - x atan(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      x\|- x + 1

```

```

--R   (58)  -----
--R               +-----+
--R               |    2
--R               2\|- x  + 1
--R
--E 65                                         Type: Expression(Integer)

```

## 0.14 Problem 14

— \* —

```

--S 66 of 250
t0014:= asin(x)/(1+sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R               asin(x)
--R   (59)  -----
--R               +-----+
--R               |    2
--R               \|- x  + 1  + 1
--R
--E 66                                         Type: Expression(Integer)

--S 67 of 250
r0014:= ((-1+sqrt(1-x^2))*asin(x))/x+asin(x)^2/2-log(1+sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R   (60)
--R               +-----+           +-----+
--R               |    2           |    2           2
--R   - 2x log(\|- x  + 1  + 1) + 2asin(x)\|- x  + 1  + x asin(x)  - 2asin(x)
--R
--R   -----
--R                           2x
--R
--E 67                                         Type: Expression(Integer)

--S 68 of 250
a0014:= integrate(t0014,x)
--R
--R
--R   (61)
--R               +-----+           +-----+
--R               |    2           |    2
--R   (- 4\|- x  + 1  - 4)log(\|- x  + 1  + 1)

```

```

--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      (4|- x + 1 + 4)log(\|- x + 1 - 1)
--R      +
--R      +-----+      +-----+ 2
--R      | 2      | 2
--R      2x\|- x + 1      2x\|- x + 1
--R      (\|- x + 1 + 1)atan(-----) + 4x atan(-----)
--R                           2                           2
--R                           2x - 1                     2x - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      - 8log(x)\|- x + 1 - 8log(x)
--R /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      8\|- x + 1 + 8
--R
                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 68

--S 69 of 250
m0014:= a0014-r0014
--R
--R
--R      (62)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      (4|- x + 1 + 4)log(\|- x + 1 + 1)
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      (4|- x + 1 + 4)log(\|- x + 1 - 1)
--R      +
--R      +-----+ 2      +-----+
--R      | 2      | 2
--R      2x\|- x + 1      2x\|- x + 1
--R      (\|- x + 1 + 1)atan(-----) + 4x atan(-----)
--R                           2                           2
--R                           2x - 1                     2x - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      (- 8log(x) - 4asin(x))\|- x + 1 - 8log(x) - 4asin(x) + 8x asin(x)
--R /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      8\|- x + 1 + 8
--R
                                         Type: Expression(Integer)

```

```

--E 69

--S 70 of 250
d0014:= D(m0014,x)
--R
--R
--R (63)
--R
--R      +-----+ | 2 +-----+
--R      | 2      2      2x\|- x + 1 | 2
--R      (\|- x + 1 - x + 1)atan(-----) + 2asin(x)\|- x + 1
--R                                         2
--R                                         2x - 1
--R
--R      +
--R      2
--R      (- 2x + 2)asin(x)
--R /
--R      +-----+
--R      2 | 2 2
--R      (2x - 4)\|- x + 1 + 4x - 4
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 70

```

—————

## 0.15 Problem 15

— \* —

```

--S 71 of 250
t0015:= log(x+sqrt(1+x^2))/(1-x^2)^(3/2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      log(\|x + 1 + x)
--R (64)  - -----
--R
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      (x - 1)\|- x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 71

--S 72 of 250
r0015:= -1/2*asin(x^2)+x*x*log(x+sqrt(1+x^2))/sqrt(1-x^2)
--R

```

```

--R
--R          +-----+          +-----+
--R          2      | 2          2      | 2
--R          2x log(\|x + 1 + x) - asin(x )\|- x + 1
--R (65)  -----
--R          +-----+
--R          | 2
--R          2\|- x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 72

--S 73 of 250
a0015:= integrate(t0015,x)
--R
--R
--R     >> Error detected within library code:
--R     failed - cannot handle that integrand
--R
--R     Continuing to read the file...
--R
--E 73

--S 74 of 250
--m0015:= a0015-r0015
--E 74

--S 75 of 250
--d0015:= D(m0015,x)
--E 75

```

—————

## 0.16 Problem 16

— \* —

```

--S 76 of 250
t0016:= asin(x)/(1+x^2)^(3/2)
--R
--R
--R          asin(x)
--R (66)  -----
--R          +-----+
--R          2      | 2
--R          (x + 1)\|x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)

```

```

--E 76

--S 77 of 250
r0016:= x*asin(x)/sqrt(1+x^2)-asin(x^2)/2
--R
--R
--R
$$(67) \frac{-\operatorname{asin}(x)\sqrt{x^2+1}+2x\operatorname{asin}(x)}{2\sqrt{x^2+1}}$$

--R
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 77

--S 78 of 250
a0016:= integrate(t0016,x)
--R
--R
--R    >> Error detected within library code:
--R    failed - cannot handle that integrand
--R
--R    Continuing to read the file...
--R
--E 78

--S 79 of 250
--m0016:= a0016-r0016
--E 79

--S 80 of 250
--d0016:= D(m0016,x)
--E 80

```

---

### 0.17 Problem 17

— \* —

```

--S 81 of 250
t0017:= log(x+sqrt(x^2-1))/(1+x^2)^(3/2)
--R
--R
--R
$$\frac{\log(x+\sqrt{x^2-1})}{(1+x^2)^{3/2}}$$


```

```

--R      | 2
--R      log(\|x - 1 + x)
--R (68) -----
--R      +-----+
--R      2      | 2
--R      (x + 1)\|x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 81

--S 82 of 250
r0017:= -1/2*acosh(x^2)+x*log(x+sqrt(-1+x^2))/sqrt(1+x^2)
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          2 | 2
--R      2x log(\|x - 1 + x) - acosh(x )\|x + 1
--R (69) -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2\|x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 82

--S 83 of 250
a0017:= integrate(t0017,x)
--R
--R
--R      >> Error detected within library code:
--R      failed - cannot handle that integrand
--R
--R      Continuing to read the file...
--R
--E 83

--S 84 of 250
--m0017:= a0017-r0017
--E 84

--S 85 of 250
--d0017:= D(m0017,x)
--E 85

```

—————

## 0.18 Problem 18

— \* —

```

--S 86 of 250
t0018:= log(x)/(x^2*sqrt(x^2-1))
--R
--R
--R      log(x)
--R      (70)  -----
--R                  +---+
--R                  2 | 2
--R                  x \|x - 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 86

--S 87 of 250
r0018:= sqrt(-1+x^2)/x-atanh(x/sqrt(-1+x^2))+(sqrt(-1+x^2)*log(x))/x
--R
--R
--R
--R      x
--R      +---+
--R      - x atanh(-----) + (log(x) + 1)\|x - 1
--R      +---+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R      (71)  -----
--R
--R                                         x
--R                                         +---+
--R                                         | 2
--R                                         \|x - 1
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 87

--S 88 of 250
a0018:= integrate(t0018,x)
--R
--R
--R      (72)
--R      +---+      +---+      +---+
--R      | 2      2      | 2      | 2      2
--R      (x\|x - 1 - x )log(\|x - 1 - x) - x log(x)\|x - 1 + (x - 1)log(x) - 1
--R
--R
--R      +---+
--R      | 2      2
--R      x\|x - 1 - x
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 88

--S 89 of 250
m0018:= a0018-r0018
--R
--R
--R      +---+
--R      | 2
--R      (73)  log(\|x - 1 - x) + atanh(-----) + 1

```

```

--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|x - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 89

--S 90 of 250
d0018:= D(m0018,x)
--R
--R
--R      (74)  0
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 90

```

—————

## 0.19 Problem 19

— \* —

```

--S 91 of 250
t0019:= sqrt(1+x^3)/x
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 3
--R          \|x + 1
--R      (75)  -----
--R                  x
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 91

--S 92 of 250
r0019:= 2*sqrt(1+x^3)/3 - 2/3*atanh(sqrt(1+x^3))
--R
--R
--R          +-----+      +-----+
--R          | 3            | 3
--R          - 2atanh(\|x + 1 ) + 2\|x + 1
--R      (76)  -----
--R                  3
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 92

--S 93 of 250
a0019:= integrate(t0019,x)

```

```

--R
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 3      | 3      | 3
--R      - log(\|x + 1 + 1) + log(\|x + 1 - 1) + 2\|x + 1
--R (77) -----
--R                                         3
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 93

--S 94 of 250
m0019:= a0019-r0019
--R
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 3      | 3      | 3
--R      - log(\|x + 1 + 1) + log(\|x + 1 - 1) + 2atanh(\|x + 1 )
--R (78) -----
--R                                         3
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 94

--S 95 of 250
d0019:= D(m0019,x)
--R
--R
--R (79)  0
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 95

```

—————

## 0.20 Problem 20

— \* —

```

--S 96 of 250
t0020:= x*log(x+sqrt(x^2-1))/sqrt(x^2-1)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      x log(\|x - 1 + x)
--R (80) -----
--R      +-----+
--R      | 2

```

```

--R          \|\x - 1
--R
--E 96                                         Type: Expression(Integer)

--S 97 of 250
r0020:= -x+sqrt(-1+x^2)*log(x+sqrt(-1+x^2))
--R
--R
--R          +-----+      +-----+
--R          | 2           | 2
--R          (81)  \|\x - 1 log(\|\x - 1 + x) - x
--R
--E 97                                         Type: Expression(Integer)

--S 98 of 250
a0020:= integrate(t0020,x)
--R
--R
--R          +-----+      +-----+      +-----+
--R          | 2           2       | 2           | 2           2
--R          (- x\|\x - 1 + x - 1)log(\|\x - 1 + x) - x\|\x - 1 + x
--R          (82)  -----
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|\x - 1 - x
--R
--E 98                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

```

---

```

--S 99 of 250
m0020:= a0020-r0020
--R
--R
--R          (83)  0
--R
--E 99                                         Type: Expression(Integer)

--S 100 of 250
d0020:= D(m0020,x)
--R
--R
--R          (84)  0
--R
--E 100                                         Type: Expression(Integer)

```

## 0.21 Problem 21

— \* —

```
--S 101 of 250
t0021:= x^3*asin(x)/sqrt(1-x^4)
--R
--R
--R      3
--R      x asin(x)
--R (85)  -----
--R          +-----+
--R          |   4
--R          \| - x  + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 101

--S 102 of 250
r0021:= 1/4*x*sqrt(1+x^2)-1/2*sqrt(1-x^4)*asin(x)+asinh(x)/4
--R
--R
--R      +-----+          +-----+
--R      | 2           | 4
--R      x\| x  + 1 - 2asin(x)\| - x  + 1 + asinh(x)
--R (86)  -----
--R
--R                                          4
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 102

--S 103 of 250
a0021:= integrate(t0021,x)
--R
--R
--R      >> Error detected within library code:
--R      failed - cannot handle that integrand
--R
--R      Continuing to read the file...
--R
--E 103

--S 104 of 250
--m0021:= a0021-r0021
--E 104

--S 105 of 250
--d0021:= D(m0021,x)
--E 105
```

---

## 0.22 Problem 22

— \* —

```
--S 106 of 250
t0022:= x^3*asec(x)/sqrt(x^4-1)
--R
--R
--R      3
--R      x asec(x)
--R      (87) -----
--R      +-----+
--R      | 4
--R      \|x - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 106

--S 107 of 250
r0022:= -sqrt(-1+x^4)/(2*sqrt(1-1/x^2)*x)+1/2*sqrt(-1+x^4)*asec(x)+_
1/2*atanh((sqrt(1-1/x^2)*x)/sqrt(-1+x^4))
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      |x - 1
--R      +-----+      x |-----      +-----+
--R      | 2           | 2           | 2           +-----+
--R      |x - 1           \| x           |x - 1           | 4
--R      x |----- atanh(-----) + (x asec(x) |----- - 1)\|x - 1
--R      | 2           +-----+           | 2
--R      \| x           | 4           \| x
--R
--R      \|- 1
--R      (88) -----
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      |x - 1
--R      2x |-----+
--R      | 2
--R      \| x
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 107

--S 108 of 250
a0022:= integrate(t0022,x)
```

```

--R
--R
--R      >> Error detected within library code:
--R      failed - cannot handle that integrand
--R
--R      Continuing to read the file...
--R
--E 108

--S 109 of 250
--m0022:= a0022-r0022
--E 109

--S 110 of 250
--d0022:= D(m0022,x)
--E 110

```

---

### 0.23 Problem 23

— \* —

```

--S 111 of 250
t0023:= x*atan(x)*log(x+sqrt(1+x^2))/sqrt(1+x^2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      x atan(x)log(\|x  + 1  + x)
--R      (89) -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 111

--S 112 of 250
r0023:= -x*atan(x)+1/2*log(1+x^2)+_
sqrt(1+x^2)*atan(x)*log(x+sqrt(1+x^2))-1/2*log(x+sqrt(1+x^2))^2
--R
--R
--R      (90)
--R      +-----+      2          +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2          | 2          2
--R      - log(\|x  + 1  + x)  + 2atan(x)\|x  + 1  log(\|x  + 1  + x)  + log(x  + 1)

```

```

--R      +
--R      - 2x atan(x)
--R   /
--R   2
--R
--E 112                                         Type: Expression(Integer)

--S 113 of 250
a0023:= integrate(t0023,x)
--R
--R
--R      (91)
--R      +-----+      +-----+      2
--R      | 2      | 2
--R      (- \|x + 1 + x)log(\|x + 1 + x)
--R      +
--R      +-----+
--R      2x | 2      2      2x      +-----+
--R      (x atan(-----)\|x + 1 + (- x - 1)atan(-----))log(\|x + 1 + x)
--R      2
--R      x - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      2      2x | 2      2      2      2      2x
--R      (log(x + 1) + x atan(-----))\|x + 1 - x log(x + 1) - x atan(-----)
--R      2
--R      x - 1
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2\|x + 1 - 2x
--R
--E 113                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

```

--S 114 of 250

m0023:= a0023-r0023

```

--R
--R
--R      (92)
--R      +-----+
--R      2x | 2      2
--R      (2x atan(x) + x atan(-----))\|x + 1 + (- 2x - 2)atan(x)
--R      2
--R      x - 1
--R      +
--R      2      2x
--R      (- x - 1)atan(-----)
--R      2
--R      x - 1
--R      *

```

```

--R      +-----+
--R      | 2
--R      log(\|x + 1 + x)
--R      +
--R      +-----+
--R      2x      | 2      2      2      2x
--R      (2x atan(x) + x atan(-----))\|x + 1 - 2x atan(x) - x atan(-----)
--R      2
--R      x - 1
--R      x - 1
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2\|x + 1 - 2x
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 114

--S 115 of 250
d0023:= D(m0023,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      2x      | 2
--R      (- 2x atan(x) - x atan(-----))log(\|x + 1 + x)
--R      2
--R      x - 1
--R      (93) -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2\|x + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 115

```

—————

## 0.24 Problem 24

— \* —

```

--S 116 of 250
t0024:= x*log(1+sqrt(1-x^2))/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      x log(\|- x + 1 + 1)
--R      (94) -----

```

```

--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|- x  + 1
--R
--E 116                                         Type: Expression(Integer)

--S 117 of 250
r0024:= sqrt(1-x^2)-log(1+sqrt(1-x^2))-sqrt(1-x^2)*log(1+sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R          +-----+          +-----+          +-----+
--R          | 2          | 2          | 2
--R (95)  (- \|- x  + 1 - 1)log(\|- x  + 1 + 1) + \|- x  + 1
--R
--E 117                                         Type: Expression(Integer)

--S 118 of 250
a0024:= integrate(t0024,x)
--R
--R
--R          +-----+
--R          2      | 2          2
--R          x log(\|- x  + 1 + 1) - x
--R (96)  -----
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|- x  + 1 - 1
--R
--E 118                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

```

---

```

--S 119 of 250
m0024:= a0024-r0024
--R
--R
--R (97)  1
--R
--E 119                                         Type: Expression(Integer)

--S 120 of 250
d0024:= D(m0024,x)
--R
--R
--R (98)  0
--R
--E 120                                         Type: Expression(Integer)

```

## 0.25 Problem 25

— \* —

```
--S 121 of 250
t0025:= x*log(x+sqrt(1+x^2))/sqrt(1+x^2)
--R
--R
--R
$$(99) \frac{x \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

--R
--R
--E 121                                         Type: Expression(Integer)

--S 122 of 250
r0025:= -x+sqrt(1+x^2)*log(x+sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R
$$(100) \sqrt{x^2 + 1} \log(\sqrt{x^2 + 1} + x) - x$$

--R
--E 122                                         Type: Expression(Integer)

--S 123 of 250
a0025:= integrate(t0025,x)
--R
--R
--R
$$(101) \frac{(-x\sqrt{x^2 + 1}^2 + x^2 + 1)\log(\sqrt{x^2 + 1} + x) - x\sqrt{x^2 + 1}^2}{\sqrt{x^2 + 1}^2}$$

--R
--R
--E 123                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

--S 124 of 250
m0025:= a0025-r0025
--R
--R
--R
$$(102) 0$$

--R
--E 124                                         Type: Expression(Integer)
```

```

--E 124

--S 125 of 250
d0025:= D(m0025,x)
--R
--R
--R      (103)  0
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 125

```

—————

## 0.26 Problem 26

— \* —

```

--S 126 of 250
t0026:= x*log(x+sqrt(1-x^2))/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |   2
--R      x log(\|- x + 1 + x)
--R      (104) -----
--R      +-----+
--R      |   2
--R      \|- x + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 126

--S 127 of 250
r0026:= sqrt(1-x^2)+atanh(sqrt(2)*x)/sqrt(2)-
           atanh(sqrt(2)*sqrt(1-x^2))/sqrt(2)-sqrt(1-x^2)*log(x+sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      (105)
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2 | 2 +-+ | 2
--R      - \|2 \|- x + 1 log(\|- x + 1 + x) - atanh(\|2 \|- x + 1 )
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2 +-+
--R      \|2 \|- x + 1 + atanh(x\|2 )
--R      /
--R      +-+
--R      \|2

```

```

--R
--E 127                                         Type: Expression(Integer)

--S 128 of 250
a0026:= integrate(t0026,x)
--R
--R
--R (106)
--R
--R      +-----+
--R      2 +-+ | 2
--R      2x \|- log(\|- x  + 1  + x)
--R
--R      +
--R      +-----+ | 2
--R      +-+ | 2      +-+ | 2      2
--R      (x - 1)\|- x  + 1 - x - x + 1
--R      (\|- x  + 1 - \|- )log(-----)
--R
--R      2
--R      x
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      (\|- x  + 1 - 1)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ | 2
--R      ((x + 1)\|- 2x)\|- x  + 1 + (- x - x - 1)\|- 2x + 2x + 2x
--R      log(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | 2      2
--R      (x + 1)\|- x  + 1 + x - x - 1
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      (\|- x  + 1 - 1)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ | 2
--R      ((x - 1)\|- 2x)\|- x  + 1 + (x - x + 1)\|- 2x - 2x + 2x
--R      log(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | 2      2
--R      (x - 1)\|- x  + 1 - x - x + 1
--R
--R      +
--R      +-----+ | 2      2
--R      +-+ | 2      +-+ | 2      2
--R      (- x - 1)\|- x  + 1 - x + x + 1
--R      (- \|- x  + 1 + \|- )log(-----)
--R
--R      2
--R      x
--R
--R      +

```

```

--R      2      +-+
--R      (2x + 1)\|2 + 4x      +-+      2      | 2
--R      (log(-----) + \|\2 log(2x - 1))\|- x + 1
--R      2
--R      2x - 1
--R      +
--R      2      +-+
--R      (2x + 1)\|2 + 4x      +-+      2      2 +-+
--R      - log(-----) - \|\2 log(2x - 1) - 2x \|\2
--R      2
--R      2x - 1
--R      /
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      +-+
--R      2\|\2 \|- x + 1 - 2\|\2
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 128

--S 129 of 250
m0026:= a0026-r0026
--R
--R
--R      (107)
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      +-+ | 2      +-+      (x - 1)\|- x + 1 - x - x + 1
--R      - 2\|\2 log(\|- x + 1 + x) + \|\2 log(-----)
--R                                         2
--R                                         x
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ 2
--R      ((x + 1)\|2 - 2x)\|- x + 1 + (- x - x - 1)\|2 + 2x + 2x
--R      log(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | 2      2
--R      (x + 1)\|- x + 1 + x - x - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2      2      +-+ 2
--R      ((x - 1)\|2 - 2x)\|- x + 1 + (x - x + 1)\|2 - 2x + 2x
--R      log(-----)
--R
--R      +-----+
--R      | 2      2
--R      (x - 1)\|- x + 1 - x - x + 1
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2      2      +-----+
--R      +-+ (- x - 1)\|- x + 1 - x + x + 1      +-+ | 2
--R      - \|\2 log(-----) + 2atanh(\|\2 \|- x + 1 )

```

## 0.27 Problem 27

```

--R      (- log(x) - 1)\|- x + 1 - x asin(x)
--R      (110) -----
--R                           x
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 132

--S 133 of 250
a0027:= integrate(t0027,x)
--R
--R
--R      (111)
--R
--R      +-----+ | 2 +-----+
--R      | 2   \|- x + 1 - 1 | 2
--R      (2x\|- x + 1 - 2x)atan(-----) + (log(x) + 1)\|- x + 1
--R                           x
--R
--R      +
--R      2 2
--R      (x - 1)log(x) + x - 1
--R   /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      x\|- x + 1 - x
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 133

--S 134 of 250
m0027:= a0027-r0027
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|- x + 1 - 1
--R      (112) 2atan(-----) + asin(x)
--R                           x
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 134

--S 135 of 250
d0027:= D(m0027,x)
--R
--R
--R      (113)  0
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 135

```

## 0.28 Problem 28

```

____ * __

--S 136 of 250
t0028:= x*atan(x)/sqrt(1+x^2)
--R
--R
--R      x atan(x)
--R      (114) -----
--R           +-----+
--R           | 2
--R           \|x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 136

--S 137 of 250
r0028:= -asinh(x)+sqrt(1+x^2)*atan(x)
--R
--R
--R           +-----+
--R           | 2
--R      (115)  atan(x)\|x + 1 - asinh(x)
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 137

--S 138 of 250
a0028:= integrate(t0028,x)
--R
--R
--R      (116)
--R           +-----+           +-----+           +-----+
--R           | 2           | 2           2x   | 2
--R      (2\|x + 1 - 2x)log(\|x + 1 - x) + x atan(-----)\|x + 1
--R
--R                                         2
--R                                         x - 1
--R
--R           +
--R           2           2x
--R      (- x - 1)atan(-----)
--R
--R                                         2
--R                                         x - 1
--R
--R   /
--R           +-----+
--R           | 2
--R           2\|x + 1 - 2x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 138

```

```

--S 139 of 250
m0028:= a0028-r0028
--R
--R
--R   (117)
--R   +-----+      +-----+
--R   | 2          | 2
--R   (2\|x + 1 - 2x)log(\|x + 1 - x)
--R   +
--R   +-----+
--R   2x          | 2           2
--R   (2x atan(x) + x atan(-----) + 2asinh(x))\|x + 1 + (- 2x - 2)atan(x)
--R   2
--R   x - 1
--R   +
--R   2           2x
--R   (- x - 1)atan(-----) - 2x asinh(x)
--R   2
--R   x - 1
--R   /
--R   +-----+
--R   | 2
--R   2\|x + 1 - 2x
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 139

--S 140 of 250
d0028:= D(m0028,x)
--R
--R
--R   2x
--R   - 2x atan(x) - x atan(-----)
--R   2
--R   x - 1
--R   (118)  -----
--R   +-----+
--R   | 2
--R   2\|x + 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 140

```

---

## 0.29 Problem 29

— \* —

```

--S 141 of 250
t0029:= atan(x)/(x^2*sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      atan(x)
--R      (119)  -----
--R                  +-----+
--R                  2 | 2
--R                  x \|- x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 141

--S 142 of 250
r0029:= -sqrt(1-x^2)*atan(x)/x-atanh(sqrt(1-x^2))+_
sqrt(2)*atanh(sqrt(1-x^2)/sqrt(2))
--R
--R
--R      (120)
--R
--R      +-----+           | 2           +-----+
--R      | 2           ++   \|- x  + 1   | 2
--R      - x atanh(\|- x  + 1 ) + x\|2 atanh(-----) - atan(x)\|- x  + 1
--R
--R                                     ++
--R                                     \|2
--R
--R
--R                                         x
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 142

--S 143 of 250
a0029:= integrate(t0029,x)
--R
--R
--R      (121)
--R
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      - x log(\|- x  + 1  + 1) + x log(\|- x  + 1  - 1)
--R
--R      +
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 2           2           +-----+
--R      +-+ - 2\|2 \|- x  + 1  + x  - 3           2x   | 2
--R      x\|2 log(-----) + atan(-----)\|- x  + 1
--R
--R
--R      2           2
--R      x  + 1           x  - 1
--R
--R      /
--R      2x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 143

```

```

--S 144 of 250
m0029:= a0029-r0029
--R
--R
--R (122)
--R
--R
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      - x log(\|- x + 1 + 1) + x log(\|- x + 1 - 1)
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | 2           2           +-----+
--R      +-+ - 2\|2 \|- x + 1 + x - 3           | 2
--R      x\|2 log(-----) + 2x atanh(\|- x + 1 )
--R
--R      2
--R      x + 1
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2           2           +-----+
--R      +-+ \|- x + 1           2x           | 2
--R      - 2x\|2 atanh(-----) + (2atan(x) + atan(-----))\|- x + 1
--R
--R      +-+           2
--R      \|2           x - 1
--R
--R /
--R      2x
--R
--R
--E 144                                         Type: Expression(Integer)

--S 145 of 250
d0029:= D(m0029,x)
--R
--R
--R      2x
--R      - 2atan(x) - atan(-----)
--R
--R      2
--R      x - 1
--R (123) -----
--R
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2x \|- x + 1
--R
--R
--E 145                                         Type: Expression(Integer)

```

---

### 0.30 Problem 30

— \* —

```

--S 146 of 250
t0030:= x*atan(x)/sqrt(1-x^2)
--R
--R
--R      x atan(x)
--R      (124) -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \| - x + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 146

--S 147 of 250
r0030:= -asin(x)-sqrt(1-x^2)*atan(x)+sqrt(2)*atan(sqrt(2)*x/sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      +-+          +-----+
--R      ++      x\|2          | 2
--R      (125) \|\ 2 atan(-----) - atan(x)\|- x + 1 - asin(x)
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \| - x + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 147

--S 148 of 250
a0030:= integrate(t0030,x)
--R
--R
--R      (126)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2
--R      ++ 2x\|2 \|- x + 1           x           2x | 2
--R      - \|\ 2 atan(-----) - 2atan(-----) + atan(-----)\|- x + 1
--R      2
--R      3x - 1           +-----+           2
--R                           | 2           x - 1
--R                           \| - x + 1
--R
--R -----
--R
--R                                         2
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 148

--S 149 of 250
m0030:= a0030-r0030
--R
--R
--R      (127)
--R      +-----+
--R      +-+ | 2

```

```

--R      +-+      2x\|2 \| - x + 1      +-+      x\|2
--R      - \|2 atan(-----) - 2\|2 atan(-----)
--R                  2                               +-----+
--R                  3x - 1                           |   2
--R                                         \| - x + 1
--R      +
--R      x                               2x      |   2
--R      - 2atan(-----) + (2atan(x) + atan(-----))\| - x + 1 + 2asin(x)
--R      +-----+                           2
--R      |   2                               x - 1
--R      \| - x + 1
--R /
--R      2
--R
--E 149                                         Type: Expression(Integer)

--S 150 of 250
d0030:= D(m0030,x)
--R
--R
--R      2x
--R      - 2x atan(x) - x atan(-----)
--R                                2
--R                                x - 1
--R (128) -----
--R      +-----+
--R      |   2
--R      2\| - x + 1
--R
--E 150                                         Type: Expression(Integer)

```

---

### 0.31 Problem 31

— \* —

```

--S 151 of 250
t0031:= atan(x)/(x^2*sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R      atan(x)
--R (129) -----
--R      +-----+
--R      2 | 2

```

```

--R      x \|x  + 1
--R
--E 151                                         Type: Expression(Integer)

--S 152 of 250
r0031:= sqrt(1+x^2)*atan(x)/x-atanh(sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2
--R      - x atanh(\|x  + 1 ) + atan(x)\|x  + 1
--R  (130) -----
--R                  x
--R
--E 152                                         Type: Expression(Integer)

--S 153 of 250
a0031:= integrate(t0031,x)
--R
--R
--R  (131)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          2      | 2
--R      (- 2x\|x  + 1  + 2x )log(\|x  + 1  - x + 1)
--R
--R      +
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          2      | 2      2x      | 2
--R      (2x\|x  + 1  - 2x )log(\|x  + 1  - x - 1) - x atan(-----)\|x  + 1
--R
--R      2
--R      x  - 1
--R
--R      +
--R      2          2x
--R      (x  + 1)atan(-----)
--R
--R      2
--R      x  - 1
--R /
--R      +-----+
--R      | 2          2
--R      2x\|x  + 1  - 2x
--R
--E 153                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

```

```

--S 154 of 250
m0031:= a0031-r0031
--R
--R
--R  (132)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          2      | 2
--R      (- 2x\|x  + 1  + 2x )log(\|x  + 1  - x + 1)

```

```

--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (2x\|x + 1 - 2x )log(\|x + 1 - x - 1)
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (2x\|x + 1 - 2x )atanh(\|x + 1 )
--R      +
--R      +-----+
--R      2x      | 2      2
--R      (2x atan(x) - x atan(-----))\|x + 1 + (- 2x - 2)atan(x)
--R      2
--R      x - 1
--R      +
--R      2      2x
--R      (x + 1)atan(-----)
--R      2
--R      x - 1
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2      2
--R      2x\|x + 1 - 2x
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 154

--S 155 of 250
d0031:= D(m0031,x)
--R
--R
--R      2x
--R      2atan(x) - atan(-----) - 4x
--R      2
--R      x - 1
--R      (133)  -----
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2x \|x + 1
                                         Type: Expression(Integer)
--E 155

```

---

### 0.32 Problem 32

— \* —

```

--S 156 of 250
t0032:= asin(x)/((x^2)*sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      asin(x)
--R      (134) -----
--R                  +-----+
--R                  2 | 2
--R                  x \|- x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 156

--S 157 of 250
r0032:= -sqrt(1-x^2)*asin(x)/x+log(x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      - asin(x)\|- x  + 1 + x log(x)
--R      (135) -----
--R                  x
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 157

--S 158 of 250
a0032:= integrate(t0032,x)
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          2x\|- x  + 1
--R      \|- x  + 1 atan(-----) + 2x log(x)
--R                           2
--R                           2x  - 1
--R      (136) -----
--R                  2x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 158

--S 159 of 250
m0032:= a0032-r0032
--R
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          2x\|- x  + 1          | 2
--R      \|- x  + 1 atan(-----) + 2asin(x)\|- x  + 1
--R                           2
--R                           2x  - 1

```

```

--R      (137)  -----
--R                                2x
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 159

--S 160 of 250
d0032:= D(m0032,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2x\|- x  + 1
--R      - atan(-----) - 2asin(x)
--R      2
--R      2x  - 1
--R
--R      (138)  -----
--R      +-----+
--R      2 | 2
--R      2x \|- x  + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 160

```

### 0.33 Problem 33

— \* —

```

--S 161 of 250
t0033:= x*log(x)/sqrt(x^2-1)
--R
--R
--R      x log(x)
--R      (139)  -----
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 161

--S 162 of 250
r0033:= -sqrt(x^2-1)+atan(sqrt(x^2-1))+sqrt(x^2-1)*log(x)
--R
--R
--R      +-----+          +-----+
--R      | 2                  | 2

```

```

--R      (140)  atan(\|x - 1) + (log(x) - 1)\|x - 1
--R
--E 162                                         Type: Expression(Integer)

--S 163 of 250
a0033:= integrate(t0033,x)
--R
--R
--R      (141)
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2          | 2
--R      (2\|x - 1 - 2x)atan(\|x - 1 - x) + (-x log(x) + x)\|x - 1
--R      +
--R      2          2
--R      (x - 1)log(x) - x + 1
--R      /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x - 1 - x
--R
--E 163                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
                                         Type: Union(Expression(Integer),...)

--S 164 of 250
m0033:= a0033-r0033
--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2
--R      (142) - atan(\|x - 1) + 2atan(\|x - 1 - x)
--R
--E 164                                         Type: Expression(Integer)

--S 165 of 250
d0033:= D(m0033,x)
--R
--R
--R      (143)  0
--R
--E 165                                         Type: Expression(Integer)

```

---

### 0.34 Problem 34

— \* —

```

--S 166 of 250
t0034:= log(x)/(x^2*sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R      log(x)
--R      (144)  -----
--R                  +---+
--R                  2 | 2
--R                  x \|x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 166

--S 167 of 250
r0034:= -sqrt(1+x^2)/x+asinh(x)-sqrt(1+x^2)*log(x)/x
--R
--R
--R      +---+
--R      | 2
--R      (- log(x) - 1)\|x  + 1  + x asinh(x)
--R      (145)  -----
--R                  x
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 167

--S 168 of 250
a0034:= integrate(t0034,x)
--R
--R
--R      (146)
--R      +---+      +---+      +---+
--R      | 2      2      | 2      | 2
--R      (- x\|x  + 1  + x )log(\|x  + 1  - x) + x log(x)\|x  + 1
--R      +
--R      2
--R      (- x  - 1)log(x) - 1
--R      /
--R      +---+
--R      | 2      2
--R      x\|x  + 1  - x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 168

--S 169 of 250
m0034:= a0034-r0034
--R
--R
--R      +---+
--R      | 2
--R      (147)  - log(\|x  + 1  - x) - asinh(x) - 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)

```

```

--E 169

--S 170 of 250
d0034:= D(m0034,x)
--R
--R
--R      (148)  0
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 170

```

—————

### 0.35 Problem 35

— \* —

```

--S 171 of 250
t0035:= x*asec(x)/sqrt(x^2-1)
--R
--R
--R      x asec(x)
--R      (149)  -----
--R                  +---+
--R                  | 2
--R                  \|x - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 171

--S 172 of 250
r0035:= sqrt(x^2-1)*asec(x)-sqrt(1-1/x^2)*x*log(x)/sqrt(x^2-1)
--R
--R
--R      +---+
--R      | 2
--R      |x - 1      2
--R      - x log(x) |----- + (x - 1) asec(x)
--R                  | 2
--R                  \| x
--R      (150)  -----
--R
--R      +---+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 172

--S 173 of 250

```

```

a0035:= integrate(t0035,x)
--R
--R
--R   >> Error detected within library code:
--R   failed - cannot handle that integrand
--R
--R   Continuing to read the file...
--R
--E 173

--S 174 of 250
--m0035:= a0035-r0035
--E 174

--S 175 of 250
--d0035:= D(m0035,x)
--E 175

```

---

### 0.36 Problem 36

— \* —

```

--S 176 of 250
t0036:= x*log(x)/sqrt(1+x^2)
--R
--R
--R      x log(x)
--R      (151)  -----
--R                  +---+
--R                  | 2
--R                  \|x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 176

--S 177 of 250
r0036:= -sqrt(1+x^2)+atanh(sqrt(1+x^2))+sqrt(1+x^2)*log(x)
--R
--R
--R      +---+          +---+
--R      | 2          | 2
--R      (152)  atanh(\|x  + 1 ) + (log(x) - 1)\|x  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 177

```

```

--S 178 of 250
a0036:= integrate(t0036,x)
--R
--R
--R (153)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2
--R      (\|x + 1 - x)log(\|x + 1 - x + 1)
--R      +
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2          | 2
--R      (- \|x + 1 + x)log(\|x + 1 - x - 1) + (- x log(x) + x)\|x + 1
--R      +
--R      2          2
--R      (x + 1)log(x) - x - 1
--R /
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1 - x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 178

--S 179 of 250
m0036:= a0036-r0036
--R
--R
--R      +-----+      +-----+      +-----+
--R      | 2          | 2          | 2
--R      log(\|x + 1 - x + 1) - log(\|x + 1 - x - 1) - atanh(\|x + 1 )
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 179

--S 180 of 250
d0036:= D(m0036,x)
--R
--R
--R (155)  0
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 180

```

---

### 0.37 Problem 37

— \* —

```

--S 181 of 250
t0037:= sin(x)/(1+sin(x)^2)
--R
--R
--R      sin(x)
--R      (156)  -----
--R                  2
--R      sin(x)  + 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 181

--S 182 of 250
r0037:= atanh(cos(x)/sqrt(2))/sqrt(2)
--R
--R
--R      cos(x)
--R      atanh(-----)
--R                  ++
--R                  \|2
--R      (157)  -----
--R                  ++
--R                  \|2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 182

--S 183 of 250
a0037:= integrate(t0037,x)
--R
--R
--R      +-+      2      +-+      +-+
--R      (- 3\|2  + 4)cos(x)  + (- 8\|2  + 12)cos(x) - 6\|2  + 8
--R      log(-----)
--R
--R                  2
--R      cos(x)  - 2
--R      (158)  -----
--R
--R                  ++
--R                  2\|2
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 183

--S 184 of 250
m0037:= a0037-r0037
--R
--R
--R      (159)
--R      +-+      2      +-+      +-+
--R      (- 3\|2  + 4)cos(x)  + (- 8\|2  + 12)cos(x) - 6\|2  + 8      cos(x)
--R      log(-----) - 2atanh(-----)
--R
--R                  2
--R      cos(x)  - 2      ++
--R                                         \|2

```

```

--R   -----
--R   +
--R   2\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 184

--S 185 of 250
d0037:= D(m0037,x)
--R
--R
--R   2sin(x)
--R   (160)  - -----
--R           2
--R           cos(x) - 2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 185

```

---

### 0.38 Problem 38

— \* —

```

--S 186 of 250
t0038:= (1+x^2)/((1-x^2)*sqrt(1+x^4))
--R
--R
--R   2
--R   - x - 1
--R   (161)  -----
--R           +---+
--R           2      | 4
--R           (x - 1)\|x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 186

--S 187 of 250
r0038:= atanh(sqrt(2)*x/sqrt(1+x^4))/sqrt(2)
--R
--R
--R   +-+
--R   x\|2
--R   atanh(-----)
--R           +---+
--R           | 4
--R           \|x + 1

```

```

--R      (162)  -----
--R                  +-+
--R                  \|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 187

--S 188 of 250
a0038:= integrate(t0038,x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 4
--R      +-+ \|2 \|x  + 1 - 2x
--R      \|2 log(-----)
--R                  2
--R                  x  - 1
--R      (163)  -
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 188

--S 189 of 250
m0038:= a0038-r0038
--R
--R
--R      +-----+
--R      +-+ | 4
--R      +-+ \|2 \|x  + 1 - 2x      +-+
--R      - log(-----) - atanh(-----)
--R                  2
--R                  x  - 1      +-----+
--R                                         | 4
--R                                         \|x  + 1
--R      (164)  -----
--R
--R                  +-+
--R                  \|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 189

--S 190 of 250
d0038:= D(m0038,x)
--R
--R
--R      (165)  0
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 190

```

### 0.39 Problem 39

```

____ * __

--S 191 of 250
t0039:= (1-x^2)/((1+x^2)*sqrt(1+x^4))
--R
--R
--R
--R      2
--R      - x + 1
--R      (166)  -----
--R                  +---+
--R      2      | 4
--R      (x + 1)\|x + 1
--R
--E 191                                         Type: Expression(Integer)

--S 192 of 250
r0039:= atan(sqrt(2)*x/sqrt(1+x^4))/sqrt(2)
--R
--R
--R      +-+
--R      x\|2
--R      atan(-----)
--R      +---+
--R      | 4
--R      \|x + 1
--R      (167)  -----
--R      +-+
--R      \|2
--R
--E 192                                         Type: Expression(Integer)

--S 193 of 250
a0039:= integrate(t0039,x)
--R
--R
--R      +-+      2x
--R      \|2 atan(-----)
--R                  +---+
--R      +-+ | 4
--R      \|2 \|x + 1
--R      (168)  -----
--R                  2
--R
--E 193                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--S 194 of 250

```

```

m0039:= a0039-r0039
--R
--R
--R      +-+
--R      x\|2          2x
--R      - atan(-----) + atan(-----)
--R      +---+          +---+
--R      | 4            +-+ | 4
--R      \|x  + 1       \|2 \|x  + 1
--R (169) -----
--R                  +-+
--R                  \|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 194

--S 195 of 250
d0039:= D(m0039,x)
--R
--R
--R (170)  0
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 195

```

—————

## 0.40 Problem 40

— \* —

```

--S 196 of 250
t0040:= log(sin(x))/(1+sin(x))
--R
--R
--R      log(sin(x))
--R (171) -----
--R      sin(x) + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 196

--S 197 of 250
r0040:= -x-atanh(cos(x))-cos(x)*log(sin(x))/(1+sin(x))
--R
--R
--R      - cos(x)log(sin(x)) + (- sin(x) - 1)atanh(cos(x)) - x sin(x) - x
--R (172) -----
--R                                         sin(x) + 1

```

```

--R
--E 197                                         Type: Expression(Integer)

--S 198 of 250
a0040:= integrate(t0040,x)
--R
--R
--R      (173)
--R      - 2cos(x)log(sin(x)) + (- sin(x) - 1)log(cos(x) + 1)
--R      +
--R      (sin(x) + 1)log(cos(x) - 1) + (2sin(x) + 2)atan( $\frac{\sin(x)}{\cos(x) - 1}$ )
--R      +
--R      (2sin(x) + 2)atan( $\frac{\sin(x)}{\cos(x) + 1}$ ) - 4x sin(x) - 4x
--R      /
--R      2sin(x) + 2
--R
--E 198                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--S 199 of 250
m0040:= a0040-r0040
--R
--R
--R      (174)
--R      - log(cos(x) + 1) + log(cos(x) - 1) + 2atanh(cos(x)) + 2atan( $\frac{\sin(x)}{\cos(x) - 1}$ )
--R      +
--R      2atan( $\frac{\sin(x)}{\cos(x) + 1}$ ) - 2x
--R      /
--R      2
--R
--E 199                                         Type: Expression(Integer)

--S 200 of 250
d0040:= D(m0040,x)
--R
--R
--R      (175) 
$$\frac{\sin(x)^4 + 2\cos(x)\sin(x)^2 + \cos(x)^2 - 1}{\sin(x)^4 + (2\cos(x)^2 + 2)\sin(x)^2 + \cos(x)^4 - 2\cos(x)^2 + 1}$$

--R
--E 200                                         Type: Expression(Integer)

```

—————

## 0.41 Problem 41

— \* —

```
--S 201 of 250
t0041:= log(sin(x))*sqrt(1+sin(x))
--R
--R
--R      +-----+
--R      (176)  log(sin(x))\|sin(x) + 1
--R
--E 201                                         Type: Expression(Integer)

--S 202 of 250
r0041:= 4*cos(x)/sqrt(1+sin(x))-2*cos(x)*log(sin(x))/sqrt(1+sin(x))-
4*atanh(cos(x)/sqrt(1+sin(x)))
--R
--R
--R      +-----+      cos(x)
--R      - 4\|sin(x) + 1 atanh(-----) - 2cos(x)log(sin(x)) + 4cos(x)
--R
--R
--R      +-----+
--R      \|sin(x) + 1
--R      (177)  -----
--R
--R
--E 202                                         Type: Expression(Integer)

--S 203 of 250
a0041:= integrate(t0041,x)
--R
--R
--R      >> Error detected within library code:
--R      failed - cannot handle that integrand
--R
--R      Continuing to read the file...
--R
--E 203

--S 204 of 250
--m0041:= a0041-r0041
--E 204
```

```
--S 205 of 250
--d0041:= D(m0041,x)
--E 205
```

---

## 0.42 Problem 42

— \* —

```
--S 206 of 250
t0042:= sec(x)/sqrt(sec(x)^4-1)
--R
--R
--R      sec(x)
--R      (178)  -----
--R                  +-----+
--R                  |      4
--R                  \|sec(x) - 1
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 206

--S 207 of 250
r0042:= -atanh(sqrt(sec(x)^4-1)/(sqrt(2)*sec(x)*tan(x)))/sqrt(2)
--R
--R
--R      +-----+
--R      |      4
--R      \|sec(x) - 1
--R      atanh(-----)
--R                  +-+
--R                  \|2 sec(x)tan(x)
--R      (179)  -
--R                  +-+
--R                  \|2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 207

--S 208 of 250
a0042:= integrate(t0042,x)
--R
--R
--R      (180)
--R      -
--R      +-+
--R      \|2
```

```

--R      *
--R      log
--R      +--+ 5   +--+ 4   +--+ 3
--R      - 8\|2 cos(x) - 24\|2 cos(x) - 20\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+ 2   +--+      +--+
--R      4\|2 cos(x) + 12\|2 cos(x) + 4\|2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      | 4cos(x) + 4
--R      |-----
--R      |      2
--R      \|cos(x) + 2cos(x) + 1
--R      +
--R      4      3      2
--R      - 32cos(x) - 128cos(x) - 193cos(x) - 128cos(x) - 33
--R      /
--R      6      5      4      2
--R      cos(x) + 4cos(x) + 5cos(x) - 5cos(x) - 4cos(x) - 1
--R      /
--R      4
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 208

--S 209 of 250
m0042:= a0042-r0042
--R
--R
--R      (181)
--R      -
--R      log
--R      +--+ 5   +--+ 4   +--+ 3
--R      - 8\|2 cos(x) - 24\|2 cos(x) - 20\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+ 2   +--+      +--+
--R      4\|2 cos(x) + 12\|2 cos(x) + 4\|2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      | 4cos(x) + 4
--R      |-----
--R      |      2
--R      \|cos(x) + 2cos(x) + 1
--R      +
--R      4      3      2
--R      - 32cos(x) - 128cos(x) - 193cos(x) - 128cos(x) - 33
--R      /
--R      6      5      4      2
--R      cos(x) + 4cos(x) + 5cos(x) - 5cos(x) - 4cos(x) - 1

```

```

--R      +
--R      +-----+
--R      |        4
--R      \|sec(x) - 1
--R      2atanh(-----)
--R      +-+
--R      \|2 sec(x)tan(x)
--R   /
--R      +-+
--R      2\|2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 209

--S 210 of 250
d0042:= D(m0042,x)
--R
--R
--R      (182)
--R      +--+      5      +--+      4      +--+      3
--R      - 32\|2 cos(x) - 128\|2 cos(x) - 194\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+      +--+
--R      - 126\|2 cos(x) - 36\|2 cos(x) + 2\|2
--R      *
--R      2      2
--R      sec(x) sin(x)tan(x)
--R      +
--R      +--+      5      +--+      4      +--+      3
--R      16\|2 cos(x) + 64\|2 cos(x) + 97\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+      +--+
--R      63\|2 cos(x) + 18\|2 cos(x) - \|2
--R      *
--R      4
--R      sec(x)
--R      +
--R      +--+      5      +--+      4      +--+      3
--R      - 16\|2 cos(x) - 64\|2 cos(x) - 97\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+      +--+
--R      - 63\|2 cos(x) - 18\|2 cos(x) + \|2
--R      *
--R      sin(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |        2
--R      | 4cos(x) + 4
--R      |-----
--R      |        2
--R      \|cos(x) + 2cos(x) + 1

```

```

--R      +
--R      6      5      4      3      2
--R      - 32cos(x) + 32cos(x) - 48cos(x) - 80cos(x) + 48cos(x)
--R      +
--R      - 16cos(x) - 32
--R      *
--R      2      2
--R      sec(x) sin(x)tan(x)
--R      +
--R      6      5      4      3      2
--R      16cos(x) - 16cos(x) + 24cos(x) + 40cos(x) - 24cos(x)
--R      +
--R      8cos(x) + 16
--R      *
--R      4
--R      sec(x)
--R      +
--R      6      5      4      3      2
--R      - 16cos(x) + 16cos(x) - 24cos(x) - 40cos(x) + 24cos(x)
--R      +
--R      - 8cos(x) - 16
--R      *
--R      sin(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4
--R      \|sec(x) - 1
--R      +
--R      6      5      4      2
--R      (64cos(x) + 256cos(x) + 322cos(x) - 320cos(x) - 256cos(x) - 66)
--R      *
--R      2
--R      sec(x)tan(x)
--R      +
--R      6      5      4      2
--R      - 32cos(x) - 128cos(x) - 161cos(x) + 160cos(x) + 128cos(x)
--R      +
--R      33
--R      *
--R      5
--R      sec(x)
--R      +
--R      6      5      4      2
--R      (32cos(x) + 128cos(x) + 161cos(x) - 160cos(x) - 128cos(x) - 33)
--R      *
--R      sec(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      | 4cos(x) + 4

```

```

--R      | -----
--R      |      2
--R      \|cos(x) + 2cos(x) + 1
--R      +
--R      +--+    7      +--+    6      +--+    5      +--+    4
--R      64\|2 cos(x) + 64\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3      +--+    2      +--+          +--+
--R      - 64\|2 cos(x) - 64\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) + 32\|2
--R      *
--R      2
--R      sec(x)tan(x)
--R      +
--R      +--+    7      +--+    6      +--+    5      +--+    4
--R      - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3      +--+    2      +--+          +--+
--R      32\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x) - 16\|2
--R      *
--R      5
--R      sec(x)
--R      +
--R      +--+    7      +--+    6      +--+    5      +--+    4
--R      32\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3      +--+    2      +--+          +--+
--R      - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x) + 16\|2
--R      *
--R      sec(x)
--R      /
--R      6      5      4      2
--R      64cos(x) + 256cos(x) + 322cos(x) - 320cos(x) - 256cos(x)
--R      +
--R      - 66
--R      *
--R      2      2
--R      sec(x) tan(x)
--R      +
--R      6      5      4      2
--R      - 32cos(x) - 128cos(x) - 161cos(x) + 160cos(x) + 128cos(x)
--R      +
--R      33
--R      *
--R      4
--R      sec(x)
--R      +
--R      6      5      4      2
--R      32cos(x) + 128cos(x) + 161cos(x) - 160cos(x) - 128cos(x) - 33
--R      *
--R      +-----+

```

```

--R      |      2
--R      |      4cos(x) + 4
--R      |-----
--R      |      2
--R      \|cos(x) + 2cos(x) + 1
--R      +
--R      +--+    7    +--+    6    +--+    5    +--+    4
--R      64\|2 cos(x) + 64\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3    +--+    2    +--+          +--+
--R      - 64\|2 cos(x) - 64\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) + 32\|2
--R      *
--R      2      2
--R      sec(x) tan(x)
--R      +
--R      +--+    7    +--+    6    +--+    5    +--+    4
--R      - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3    +--+    2    +--+          +--+
--R      32\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x) - 16\|2
--R      *
--R      4
--R      sec(x)
--R      +
--R      +--+    7    +--+    6    +--+    5    +--+    4
--R      32\|2 cos(x) + 32\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x) - 16\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+    3    +--+    2    +--+          +--+
--R      - 32\|2 cos(x) - 32\|2 cos(x) + 16\|2 cos(x) + 16\|2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4
--R      \|\sec(x) - 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 210

```



### 0.43 Problem 43

— \* —

```

--S 211 of 250
t0043:= tan(x)/sqrt(1+tan(x)^4)
--R
--R

```

```

--R          tan(x)
--R      (183)  -----
--R                  +-----+
--R                  |      4
--R                  \|tan(x)  + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 211

--S 212 of 250
r0043:= -atanh((1-tan(x)^2)/(sqrt(2)*sqrt(1+tan(x)^4)))/(2*sqrt(2))
--R
--R
--R          2
--R          tan(x)  - 1
--R      atanh(-----)
--R                  +-----+
--R                  +-+ |      4
--R                  \|2 \|tan(x)  + 1
--R      (184)  -----
--R                  +-+
--R                  2\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 212

--S 213 of 250
a0043:= integrate(t0043,x)
--R
--R
--R      (185)
--R      +-+
--R      \|2
--R      *
--R      log
--R          +-+     8      +-+     6      +-+     4      +-+     2
--R      (- 64\|2 cos(x)  + 96\|2 cos(x)  - 56\|2 cos(x)  + 12\|2 cos(x) )
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |2cos(x)  - 2cos(x)  + 1
--R      |-----
--R      |      4
--R      \|
--R      cos(x)
--R      +
--R          8      6      4      2
--R      128cos(x)  - 256cos(x)  + 224cos(x)  - 96cos(x)  + 17
--R      /
--R      16
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 213

```

```

--S 214 of 250
m0043:= a0043-r0043
--R
--R
--R (186)
--R      log
--R      +--+ 8   +--+ 6   +--+ 4   +--+ 2
--R      (- 64\|2 cos(x)  + 96\|2 cos(x)  - 56\|2 cos(x)  + 12\|2 cos(x) )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 4   2
--R      |2cos(x)  - 2cos(x)  + 1
--R      |-----
--R      | 4
--R      \| cos(x)
--R      +
--R      8   6   4   2
--R      128cos(x)  - 256cos(x)  + 224cos(x)  - 96cos(x)  + 17
--R      +
--R      2
--R      tan(x)  - 1
--R      - 4atanh(-----)
--R      +-----+
--R      +--+ | 4
--R      \|\tan(x)  + 1
--R      /
--R      +++
--R      8\|2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 214

--S 215 of 250
d0043:= D(m0043,x)
--R
--R
--R (187)
--R      +--+ 9   +--+ 7   +--+ 5   +--+ 3
--R      (- 64\|2 cos(x)  + 96\|2 cos(x)  - 56\|2 cos(x)  + 12\|2 cos(x) )
--R      *
--R      +-----+
--R      | 4   2
--R      |2cos(x)  - 2cos(x)  + 1
--R      sin(x) |-----
--R      | 4
--R      \| cos(x)
--R      +
--R      9   7   5   3
--R      (128cos(x)  - 256cos(x)  + 224cos(x)  - 96cos(x)  + 17cos(x))sin(x)
--R      *
--R      +-----+

```

```

--R      |      4
--R      \|tan(x)  + 1
--R      +
--R      |      10      8      6      4      2
--R      (- 128cos(x)  + 256cos(x)  - 224cos(x)  + 96cos(x)  - 17cos(x) )tan(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |2cos(x)  - 2cos(x)  + 1
--R      |-----
--R      |      4
--R      \|\cos(x)
--R      +
--R      +--+      10      +--+      8      +--+      6      +--+      4
--R      128\|2 cos(x)  - 320\|2 cos(x)  + 368\|2 cos(x)  - 232\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+
--R      80\|2 cos(x)  - 12\|2
--R      *
--R      tan(x)
--R      /
--R      |      10      8      6      4      2
--R      (128cos(x)  - 256cos(x)  + 224cos(x)  - 96cos(x)  + 17cos(x) )
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |2cos(x)  - 2cos(x)  + 1
--R      |-----
--R      |      4
--R      \|\cos(x)
--R      +
--R      +--+      10      +--+      8      +--+      6      +--+      4
--R      - 128\|2 cos(x)  + 320\|2 cos(x)  - 368\|2 cos(x)  + 232\|2 cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+
--R      - 80\|2 cos(x)  + 12\|2
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4
--R      \|\tan(x)  + 1
--R
                                         Type: Expression(Integer)
--E 215

```



#### 0.44 Problem 44

```

____ * __

--S 216 of 250
t0044:= sin(x)/sqrt(1-sin(x)^6)
--R
--R
--R          sin(x)
--R      (188)  -----
--R                  +-----+
--R                  |       6
--R                  \| - sin(x) + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 216

--S 217 of 250
r0044:= atanh((sqrt(3)*cos(x)*(1+sin(x)^2))/(2*sqrt(1-sin(x)^6)))/(2*sqrt(3))
--R
--R
--R          +-+      2      +-+
--R          \| 3 cos(x) sin(x) + \| 3 cos(x)
--R      atanh(-----)
--R                  +-----+
--R                  |       6
--R                  2\| - sin(x) + 1
--R      (189)  -----
--R                  +-+
--R                  2\| 3
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 217

--S 218 of 250
a0044:= integrate(t0044,x)
--R
--R
--R      (190)
--R      -
--R          +-+
--R          \| 3
--R      *
--R          log
--R                  +-+      4      +-+      3      +-+      2      +-+
--R                  - \| 3 cos(x) - 2\| 3 cos(x) + \| 3 cos(x) + 4\| 3 cos(x)
--R
--R      +
--R          +-+
--R          2\| 3
--R
--R      *
--R          +-----+
--R          |           4      2
--R          |       16cos(x) - 48cos(x) + 48

```

```

--R      |-----
--R      |      4      3      2
--R      \|cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R      +
--R      |      4      2
--R      7cos(x) - 24cos(x) + 24
--R      /
--R      |
--R      cos(x)
--R      /
--R      12
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 218

--S 219 of 250
m0044:= a0044-r0044
--R
--R
--R      (191)
--R      -
--R      log
--R      +--+      4      +--+      3      +--+      2      +--+
--R      - \|3 cos(x) - 2\|3 cos(x) + \|3 cos(x) + 4\|3 cos(x)
--R      +
--R      +--+
--R      2\|3
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |      16cos(x) - 48cos(x) + 48
--R      |-----
--R      |      4      3      2
--R      \|cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R      +
--R      |      4      2
--R      7cos(x) - 24cos(x) + 24
--R      /
--R      |
--R      cos(x)
--R      +
--R      +--+      2      +--+
--R      \|3 cos(x)sin(x) + \|3 cos(x)
--R      - 2atanh(-----)
--R                  +-----+
--R                  |      6
--R                  2\|- sin(x) + 1
--R      /
--R      +--+
--R      4\|3
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)

```

```

--E 219

--S 220 of 250
d0044:= D(m0044,x)
--R
--R
--R (192)
--R
--R      +-+      4      +-+      3      +-+      2      +-+
--R      16\|3 cos(x) + 32\|3 cos(x) - 16\|3 cos(x) - 64\|3 cos(x)
--R
--R      +
--R      +-+
--R      - 32\|3
--R
--R      *
--R      7
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      +-+      6      +-+      5      +-+      4      +-+      3
--R      12\|3 cos(x) + 24\|3 cos(x) - 12\|3 cos(x) - 48\|3 cos(x)
--R
--R      +
--R      +-+      2
--R      - 24\|3 cos(x)
--R
--R      *
--R      5
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      +-+      6      +-+      5      +-+      4      +-+      3
--R      24\|3 cos(x) + 48\|3 cos(x) - 24\|3 cos(x) - 96\|3 cos(x)
--R
--R      +
--R      +-+      2
--R      - 48\|3 cos(x)
--R
--R      *
--R      3
--R      sin(x)
--R
--R      +
--R      +-+      6      +-+      5      +-+      4      +-+      3
--R      12\|3 cos(x) + 24\|3 cos(x) - 28\|3 cos(x) - 80\|3 cos(x)
--R
--R      +
--R      +-+      2      +-+      +-+
--R      - 8\|3 cos(x) + 64\|3 cos(x) + 32\|3
--R
--R      *
--R      sin(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      |      6
--R      \| - sin(x) + 1
--R
--R      +
--R      7      6      5      4      2
--R      7cos(x) + 14cos(x) - 17cos(x) - 48cos(x) + 48cos(x)
--R
--R      +
--R      24cos(x)

```

```

--R      *
--R      9
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      5
--R      7cos(x) + 14cos(x) - 10cos(x) - 34cos(x) - 17cos(x)
--R      +
--R      3      2
--R      24cos(x) + 48cos(x) + 24cos(x)
--R      *
--R      7
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      4
--R      21cos(x) + 42cos(x) - 51cos(x) - 144cos(x) + 144cos(x)
--R      +
--R      3
--R      72cos(x)
--R      *
--R      5
--R      sin(x)
--R      +
--R      7      6      5      4      2
--R      - 7cos(x) - 14cos(x) + 17cos(x) + 48cos(x) - 48cos(x)
--R      +
--R      - 24cos(x)
--R      *
--R      3
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      5
--R      14cos(x) + 28cos(x) - 41cos(x) - 110cos(x) + 17cos(x)
--R      +
--R      4      3      2
--R      144cos(x) + 48cos(x) - 48cos(x) - 24cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      4      2
--R      |      16cos(x) - 48cos(x) + 48
--R      |-----+
--R      |      4      3      2
--R      \cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R      +
--R      4      2      7
--R      (- 112cos(x) + 384cos(x) - 384)sin(x)
--R      +
--R      6      4      2      5
--R      (- 84cos(x) + 288cos(x) - 288cos(x))sin(x)

```

```

--R      +
--R      6      4      2      3
--R      (- 168cos(x) + 576cos(x) - 576cos(x) )sin(x)
--R      +
--R      6      4      2
--R      (- 84cos(x) + 400cos(x) - 672cos(x) + 384)sin(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      6
--R      \|- sin(x) + 1
--R      +
--R      +-+      7      +-+      5      +-+      3      +-+      9
--R      (- 16\|3 cos(x) + 80\|3 cos(x) - 144\|3 cos(x) + 96\|3 cos(x))sin(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R      - 16\|3 cos(x) + 64\|3 cos(x) - 64\|3 cos(x) - 48\|3 cos(x)
--R      +
--R      +-+
--R      96\|3 cos(x)
--R      *
--R      7
--R      sin(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R      (- 48\|3 cos(x) + 240\|3 cos(x) - 432\|3 cos(x) + 288\|3 cos(x) )
--R      *
--R      5
--R      sin(x)
--R      +
--R      +-+      7      +-+      5      +-+      3      +-+      3
--R      (16\|3 cos(x) - 80\|3 cos(x) + 144\|3 cos(x) - 96\|3 cos(x))sin(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R      - 32\|3 cos(x) + 176\|3 cos(x) - 368\|3 cos(x) + 336\|3 cos(x)
--R      +
--R      +-+
--R      - 96\|3 cos(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      /
--R      7      6      5      4      2
--R      28cos(x) + 56cos(x) - 68cos(x) - 192cos(x) + 192cos(x)
--R      +
--R      96cos(x)
--R      *
--R      6
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      4
--R      21cos(x) + 42cos(x) - 51cos(x) - 144cos(x) + 144cos(x)

```

```

--R      +
--R      3
--R      72cos(x)
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      4
--R      42cos(x) + 84cos(x) - 102cos(x) - 288cos(x) + 288cos(x)
--R      +
--R      3
--R      144cos(x)
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R      +
--R      9      8      7      6      5
--R      21cos(x) + 42cos(x) - 79cos(x) - 200cos(x) + 68cos(x)
--R      +
--R      4      3      2
--R      336cos(x) + 72cos(x) - 192cos(x) - 96cos(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      +-----+ |      4      2
--R      |      6      |      16cos(x) - 48cos(x) + 48
--R      \|- sin(x) + 1 |-----+
--R                  |      4      3      2
--R                  \|cos(x) + 4cos(x) + 6cos(x) + 4cos(x) + 1
--R      +
--R      +-+      7      +-+      5      +-+      3      +-+
--R      (- 64\|3 cos(x) + 320\|3 cos(x) - 576\|3 cos(x) + 384\|3 cos(x))
--R      *
--R      6
--R      sin(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5
--R      - 48\|3 cos(x) + 240\|3 cos(x) - 432\|3 cos(x)
--R      +
--R      +-+      3
--R      288\|3 cos(x)
--R      *
--R      4
--R      sin(x)
--R      +
--R      +-+      9      +-+      7      +-+      5
--R      - 96\|3 cos(x) + 480\|3 cos(x) - 864\|3 cos(x)
--R      +
--R      +-+      3
--R      576\|3 cos(x)
--R      *

```

```

--R          2
--R          sin(x)
--R          +
--R          +-+      9      +-+      7      +-+      5      +-+      3
--R          - 48\|3 cos(x) + 304\|3 cos(x) - 752\|3 cos(x) + 864\|3 cos(x)
--R          +
--R          +-+
--R          - 384\|3 cos(x)
--R          *
--R          +-----+
--R          |      6
--R          \| - sin(x) + 1
--R
--E 220                                         Type: Expression(Integer)

```

---

## 0.45 Problem 45

```

_____*____

--S 221 of 250
t0045:= sqrt(sqrt(sec(x)+1)-sqrt(sec(x)-1))
--R
--R
--R          +-----+
--R          | +-----+   +-----+
--R          (193) \|\sec(x) + 1 - \|\sec(x) - 1
--R
--E 221                                         Type: Expression(Integer)

--S 222 of 250
r0045:= sqrt(2)*cot(x)*sqrt(-1+sec(x))*sqrt(1+sec(x))*_
(sqrt(-1+sqrt(2))*_
atan((sqrt(-2+2*sqrt(2))*(sqrt(2)-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x))))/_
(2*sqrt(-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x)))))-
sqrt(1+sqrt(2))*_
atan((sqrt(2+2*sqrt(2))*(sqrt(2)-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x))))/_
(2*sqrt(-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x)))))-
sqrt(1+sqrt(2))*_
atanh((sqrt(-2+2*sqrt(2))*sqrt(-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x))))/_
(sqrt(2)-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x))))+_
sqrt(-1+sqrt(2))*_
atanh((sqrt(2+2*sqrt(2))*sqrt(-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x))))/_
(sqrt(2)-sqrt(-1+sec(x))+sqrt(1+sec(x)))))

--R
```

```

--R
--R (194)
--R
--R      +-----+
--R      | ++      +-----+ +-----+
--R      \|2 cot(x)\|\2 - 1 \|sec(x) - 1 \|sec(x) + 1
--R
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      | ++      | +-----+ +-----+
--R      \|2\|2 + 2 \|\sec(x) + 1 - \|\sec(x) - 1
--R      atanh(-----)
--R      +-----+ +-----+ +++
--R      \|sec(x) + 1 - \|sec(x) - 1 + \|2
--R
--R      +
--R      -
--R      +-----+
--R      | ++      +-----+ +-----+
--R      \|2 cot(x)\|\2 + 1 \|sec(x) - 1 \|sec(x) + 1
--R
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      | ++      | +-----+ +-----+
--R      \|2\|2 - 2 \|\sec(x) + 1 - \|\sec(x) - 1
--R      atanh(-----)
--R      +-----+ +-----+ ++
--R      \|sec(x) + 1 - \|sec(x) - 1 + \|2
--R
--R      +
--R      -
--R      +-----+
--R      | ++      +-----+ +-----+
--R      \|2 cot(x)\|\2 + 1 \|sec(x) - 1 \|sec(x) + 1
--R
--R      *
--R      atan
--R      +-----+ +-----+
--R      | ++      +-----+ | ++      +-----+
--R      \|2\|2 + 2 \|\sec(x) + 1 - \|2\|2 + 2 \|\sec(x) - 1
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      +-+ | +-+
--R      - \|2 \|2\|2 + 2
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      | +-----+ +-----+
--R      2\|\sec(x) + 1 - \|\sec(x) - 1
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | ++      +-----+ +-----+
--R      \|2 cot(x)\|\2 - 1 \|sec(x) - 1 \|sec(x) + 1
--R
--R      *
--R      atan
--R      +-----+ +-----+
--R      | ++      +-----+ | ++      +-----+

```

```

--R          \|\2\|2 - 2 \|sec(x) + 1 - \|\2\|2 - 2 \|sec(x) - 1
--R          +
--R          +-----+
--R          +-+ | +-+
--R          - \|\2 \|2\|2 - 2
--R          /
--R          +-----+
--R          | +-----+   +-----+
--R          2\|\|sec(x) + 1 - \|sec(x) - 1
--R
--E 222                                         Type: Expression(Integer)

--S 223 of 250
a0045:= integrate(t0045,x)
--R
--R
--R    >> Error detected within library code:
--R    integrate: implementation incomplete (residue poly has multiple non-linear factors)
--R
--R    Continuing to read the file...
--R
--E 223

--S 224 of 250
--m0045:= a0045-r0045
--E 224

--S 225 of 250
--d0045:= D(m0045,x)
--E 225

```

---

## 0.46 Problem 46

— \* —

```

--S 226 of 250
t0046:= x*log(x^2+1)*atan(x)^2
--R
--R
--R          2      2
--R          (195)  x atan(x) log(x  + 1)
--R
--E 226                                         Type: Expression(Integer)

```

```

--S 227 of 250
r0046:= x*atan(x)*(3-log(1+x^2))-1/4*(6-log(1+x^2))*log(1+x^2)-
    1/2*atan(x)^2*(3+x^2-(1+x^2)*log(1+x^2))
--R
--R
--R      (196)
--R      
$$\frac{\log(x^2 + 1)^2 + ((2x^2 + 2)\tan(x)^2 - 4x \tan(x) - 6)\log(x^2 + 1)^2}{(-2x^2 - 6)\tan(x)^2 + 12x \tan(x)}$$

--R
--R      /
--R      4
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 227

--S 228 of 250
a0046:= integrate(t0046,x)
--R
--R
--R      (197)
--R      
$$\frac{2\log(x^2 + 1)^2 + ((x^2 + 1)\tan(\frac{2x}{x-1})^2 + 4x \tan(\frac{2x}{x-1}) - 12)\log(x^2 + 1)^2}{(-x^2 - 3)\tan(\frac{2x}{x-1})^2 - 12x \tan(\frac{2x}{x-1})}$$

--R
--R      /
--R      8
--R
--R                                          Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 228

--S 229 of 250
m0046:= a0046-r0046
--R
--R
--R      (198)
--R      
$$(-4x^2 - 4)\tan(x)^2 + 8x \tan(x) + (x^2 + 1)\tan(\frac{2x}{x-1})^2$$

--R
--R      +
--R      
$$4x \tan(\frac{2x}{x-1})^2$$

--R
--R      *

```

```

--R      2
--R      log(x  + 1)
--R      +
--R      2      2      2      2x      2
--R      (4x  + 12)atan(x)  - 24x atan(x) + (- x  - 3)atan(-----)
--R                                         2
--R                                         x  - 1
--R      +
--R      2x
--R      - 12x atan(-----)
--R      2
--R      x  - 1
--R   /
--R   8
--R
--E 229                                         Type: Expression(Integer)

--S 230 of 250
d0046:= D(m0046,x)
--R
--R
--R      2      2x      2      2
--R      (- 4x atan(x)  + x atan(-----) )log(x  + 1)
--R                                         2
--R                                         x  - 1
--R   (199)  -----
--R                                         4
--R
--E 230                                         Type: Expression(Integer)

```

—————

### 0.47 Problem 47

— \* —

```

--S 231 of 250
t0047:= atan(x*sqrt(1+x^2))
--R
--R
--R      +-----+
--R      | 2
--R   (200)  atan(x\|x  + 1 )
--R
--E 231                                         Type: Expression(Integer)

```

```

--S 232 of 250
r0047:= 1/2*atan(sqrt(1+x^2)/x^2)+x*atan(x*sqrt(1+x^2))+_
1/2*sqrt(3)*atanh((sqrt(3)*sqrt(1+x^2))/(2+x^2))
--R
--R
--R
$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{atanh}\left(\frac{\sqrt{3} \sqrt{x^2+1}}{x^2+2}\right) + 2x \operatorname{atan}\left(x \sqrt{x^2+1}\right) + \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\right)}{x^2+2}$$

--R
--R (201) -----
--R
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 232

--S 233 of 250
a0047:= integrate(t0047,x)
--R
--R
--R (202)
--R
--R
$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \log \left( \frac{\left(2x^2+1\right) \sqrt{3}-2x^3-4x \sqrt{x^2+1}+\left(-2x^2-2x\right) \sqrt{3}+2x^4+5x^2}{\left(-2x^2-1\right) \sqrt{3}-2x^3-4x \sqrt{x^2+1}+\left(2x^2+2x\right) \sqrt{3}+2x^4+5x^2} \right) \\ & -2x \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2} \sqrt{x^2+1}}{x^4+x^2-1}\right)+2 \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{2} \sqrt{x^2+1}-x}{\left(\sqrt{3}-2x\right) \sqrt{x^2+1}-x \sqrt{3}+2x^2}\right) \end{aligned}$$


```

```

--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1 - x
--R      - 2atan(-----)
--R      +-----+
--R      | 2      +-+      2
--R      (\|3 + 2x)\|x  + 1 - x\|3 - 2x - 2
--R   /
--R   4
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 233

--S 234 of 250
m0047:= a0047-r0047
--R
--R
--R      (203)
--R      +-+
--R      \|3
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2      +-+      3      | 2      3      +-+      4      2
--R      ((2x  + 1)\|3 - 2x - 4x)\|x  + 1 + (- 2x - 2x)\|3 + 2x + 5x
--R
--R      +
--R      2
--R
--R      +
--R      -
--R      +-+
--R      \|3
--R
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2      +-+      3      | 2      3      +-+      4
--R      ((- 2x - 1)\|3 - 2x - 4x)\|x  + 1 + (2x + 2x)\|3 + 2x
--R
--R      +
--R      2
--R      5x  + 2
--R
--R      +
--R      +-----+           +-----+
--R      +-+ | 2           +-+ | 2           | 2
--R      \|3 \|x  + 1           | 2           \|x  + 1
--R      - 2\|3 atanh(-----) - 4x atan(x\|x  + 1 ) - 2atan(-----)
--R
--R      2
--R      x  + 2           2
--R
--R      +
--R      +-----+           +-----+
--R      | 2           | 2
--R      2x\|x  + 1           \|x  + 1 - x

```

```

--R      - 2x atan(-----) + 2atan(-----)
--R           4      2                               +----+
--R           x  + x  - 1                         | 2
--R                                         +--+ | 2      +++   2
--R                                         (\|3 - 2x)\|x  + 1 - x\|3 + 2x + 2
--R
--R      +
--R           | 2
--R           \|x  + 1 - x
--R      - 2atan(-----)
--R           +----+
--R           +++ | 2      +++   2
--R           (\|3 + 2x)\|x  + 1 - x\|3 - 2x - 2
--R
--R      /
--R      4
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 234

```

```

--S 235 of 250
d0047:= D(m0047,x)
--R
--R
--R           +----+
--R           +----+ | 2
--R           | 2           2x\|x  + 1
--R           - 2atan(x\|x  + 1 ) - atan(-----)
--R                                     4      2
--R                                     x  + x  - 1
--R (204)  -----
--R
--R                                         2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 235

```

---

## 0.48 Problem 48

— \* —

```

--S 236 of 250
t0048:= atan(sqrt(x+1)-sqrt(x))
--R
--R
--R           +----+ +++
--R           (205)  atan(\|x + 1 - \|x )
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 236

```

```

--S 237 of 250
r0048:= sqrt(x)/2+(1+x)*atan(sqrt(1+x)-sqrt(x))
--R
--R
--R
--R      +---+   +-+   +-+
--R      (2x + 2)atan(\|x + 1 - \|x ) + \|x
--R      (206) -----
--R                           2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 237

--S 238 of 250
a0048:= integrate(t0048,x)
--R
--R
--R      (207)
--R
--R      +---+   +-+   +---+   +-+
--R      ((x + 1)\|x + 1 + (- x - 1)\|x )atan(-----) + \|x \|x + 1 - x
--R
--R
--R      +---+   +-+
--R      \|x \|x + 1 - x
--R
--R
--R      +---+   +-+
--R      2\|x + 1 - 2\|x
--R
--R                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--E 238

--S 239 of 250
m0048:= a0048-r0048
--R
--R
--R
--R      +---+   +-+   +---+   +-+
--R      (- 2x - 2)atan(\|x + 1 - \|x ) + (x + 1)atan(-----)
--R
--R
--R      +---+   +-+
--R      \|x \|x + 1 - x
--I  (208) -----
--R                           2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 239

--S 240 of 250
d0048:= D(m0048,x)
--R
--R
--R
--R      +---+   +-+   +---+   +-+
--R      - 2atan(\|x + 1 - \|x ) + atan(-----)
--R
--R
--R      +---+   +-+

```

```

--R                               \|x \|x + 1 - x
--I  (209)  -----
--R                               2
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 240

```

## 0.49 Problem 49

— \* —

```

--S 241 of 250
t0049:= asin(x/sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R                               x
--I  (210)  asin(-----)
--R                               +-----+
--R                               | 2
--R                               \|- x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 241

--S 242 of 250
r0049:= x*asin(x/sqrt(1-x^2))+atan(sqrt(1-2*x^2))
--R
--R
--R                               +-----+
--R                               | 2
--R                               x
--I  (211)  atan(\|- 2x + 1 ) + x asin(-----)
--R                               +-----+
--R                               | 2
--R                               \|- x + 1
--R
--R                                         Type: Expression(Integer)
--E 242

--S 243 of 250
a0049:= integrate(t0049,x)
--R
--R
--R     >> Error detected within library code:
--R     failed - cannot handle that integrand
--R
--R     Continuing to read the file...
--R

```

```
--E 243

--S 244 of 250
--m0049:= a0049-r0049
--E 244

--S 245 of 250
--d0049:= D(m0049,x)
--E 245
```

## 0.50 Problem 50

```
____ * __

)clear all

--S 246 of 250
t0050:= atan(x*sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      +-----+
--R      |   2
--R      (1)  atan(x\|- x  + 1 )
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 246

--S 247 of 250
r0050:= x*atan(x*sqrt(1-x^2))-
          sqrt(1/2*(1+sqrt(5)))*atan(sqrt(1/2*(1+sqrt(5)))*sqrt(1-x^2))+_
          sqrt(1/2*(-1+sqrt(5)))*atanh(sqrt(1/2*(-1+sqrt(5)))*sqrt(1-x^2))
--R
--R
--R      (2)
--R      +-----+ +-----+
--R      |   2      | +-+
--R      | +-+      \|- x  + 1 \| \|\5 - 1
--R      \| \|\5 - 1 atanh(-----)
--R                                         +-+
--R                                         \|2
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      |   2      | +-+      |   2
--R      | +-+      \|- x  + 1 \| \|\5 + 1      +-+      |   2
--R      - \|\|\5 + 1 atan(-----) + x\|2 atan(x\|- x  + 1 )
```

```

--R
--R
--R      +++
--R      \|2
--R
--R                                          Type: Expression(Integer)
--E 247

--S 248 of 250
a0050:= integrate(t0050,x)
--R
--R
--R      (3)
--R
--R      +-----+ +-----+
--R      | ++| 2 | ++| 2
--R      \|\5 - 1 log((\|2 \|5 + \|2 )\|- x + 1 \|5 - 1 + \|5 - 2x + 3)
--R
--R      +
--R      -
--R      +-----+
--R      | ++
--R      \|\5 - 1
--R
--R      *
--R
--R      +-----+ +-----+
--R      ++| 2 | ++| 2
--R      log((- \|2 \|5 - \|2 )\|- x + 1 \|5 - 1 + \|5 - 2x + 3)
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      | ++| 2 | ++| 2
--R      (\|5 - 1)\|- x + 1 \|5 + 1 + 2x\|2 \|- x + 1
--R
--R      - 2\|\5 + 1 atan(-----)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | ++| 2
--R      (x\|5 - x)\|5 + 1 + (2x - 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      | ++| 2 | ++| 2
--R      (\|5 - 1)\|- x + 1 \|5 + 1 - 2x\|2 \|- x + 1
--R
--R      2\|\5 + 1 atan(-----)
--R
--R
--R      +-----+
--R      | ++| 2
--R      (x\|5 - x)\|5 + 1 + (- 2x + 2)\|2
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      | 2
--R      2x\|- x + 1
--R
--R      2x\|2 atan(-----)
--R
--R      4    2
--R      x - x + 1
--R
--R      /
--R      ++

```

```

--R      4\|2
--R
--E 248                                         Type: Union(Expression(Integer),...)
--S 249 of 250
m0050:= a0050-r0050
--R
--R
--R      (4)
--R      +-----+ +-----+
--R      | +-+      +--+ +-+      +-+ | 2      | +-+      +-+ 2
--R      \| \|\5 - 1 log((\|2 \|5 + \|2 )\|- x + 1 \| \|\5 - 1 + \|5 - 2x + 3)
--R      +
--R      -
--R      +-----+
--R      | +-+
--R      \| \|\5 - 1
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      +-+ +-+      +-+ | 2      | +-+      +-+ 2
--R      log((- \|2 \|5 - \|2 )\|- x + 1 \| \|\5 - 1 + \|5 - 2x + 3)
--R      +
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2      | +-+
--R      | +-+      \|- x + 1 \| \|\5 - 1
--R      - 4\| \|\5 - 1 atanh(-----)
--R                               +-+
--R                               \|2
--R      +
--R      +-----+ +-----+
--R      | 2      | +-+
--R      | +-+      \|- x + 1 \| \|\5 + 1      +-+ | 2
--R      4\| \|\5 + 1 atan(-----) - 4x\|2 atan(x\|- x + 1 )
--R                               +-+
--R                               \|2
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2      | +-+      +-+ | 2
--R      | +-+      (\|5 - 1)\|- x + 1 \| \|\5 + 1 + 2x\|2 \|- x + 1
--R      - 2\| \|\5 + 1 atan(-----)
--R                               +-----+
--R                               +-+ | +-+ 2      +-+
--R                               (x\|5 - x)\| \|\5 + 1 + (2x - 2)\|2
--R      +
--R      +-----+ +-----+ +-----+
--R      +-+ | 2      | +-+      +-+ | 2
--R      | +-+      (\|5 - 1)\|- x + 1 \| \|\5 + 1 - 2x\|2 \|- x + 1
--R      2\| \|\5 + 1 atan(-----)
--R                               +-+ | +-+ 2      +-+

```

```

--R          (x\|5 - x)\|\5 + 1 + (- 2x + 2)\|2
--R      +
--R          +-----+
--R          |   2
--R          +-+ 2x\|- x + 1
--R          2x\|2 atan(-----)
--R          4     2
--R          x - x + 1
--R      /
--R          +-+
--R          4\|2
--R
--E 249                                         Type: Expression(Integer)

--S 250 of 250
d0050:= D(m0050,x)
--R
--R
--R          +-----+
--R          |   2           2x\|- x + 1
--R          - 2atan(x\|- x + 1) + atan(-----)
--R                               4     2
--R                               x - x + 1
--R (5) -----
--R          2
--R
--E 250                                         Type: Expression(Integer)

)spool

```

---

## References

- [1] Charlwood, Kevin “Integration on Computer Algebra Systems” Electronic Journal of Mathematics and Technology (2008) [www.freepatentsonline.com/article/Electronic-journal-Mathematics-Technology/188213666.html](http://www.freepatentsonline.com/article/Electronic-journal-Mathematics-Technology/188213666.html)
- [2] Rich, Albert “Charlwood Integration Problems” [www.apmaths.uwo.ca/~arich/CharlwoodIntegrationProblems.html](http://www.apmaths.uwo.ca/~arich/CharlwoodIntegrationProblems.html)